

非ユークリッド幾何学との類似性

西山 豊 2014/12/26 12:04:48

$$1+2+3+4+5+\dots = -\frac{1}{12}$$

この奇妙な式について、私の持てる数少ない知識から推論すると以下のようなになる。

1.

この式は、黒川信重氏のスタイルで表現する方が望ましい。

$$"1+2+3+4+5+\dots" = -\frac{1}{12}$$

2.

$$1+x+x^2+x^3+\dots = \frac{1}{1-x}$$

この式が成り立つのは収束条件により、 $|x| < 1$ の場合だけであり、この式に $x = 1$ も、 $x = -1$ も代入してはいけない。

3.

オイラーはこの式に、あえて $x = -1$ を代入することによって、新しい数学の世界を切り開いた。

$$1-1+1-1+\dots = \frac{1}{2}$$

$$1-2+3-4+\dots = \frac{1}{4}$$

$$1+2+3+4+\dots = -\frac{1}{12}$$

4.

その結果、下記の関数は $s = 1$ 以外のすべての領域で、有限な値を持つ関数として扱えるようになった。今までは $s < 1$ では無限大に発散する級数であった。

$$\zeta(s) = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \dots$$

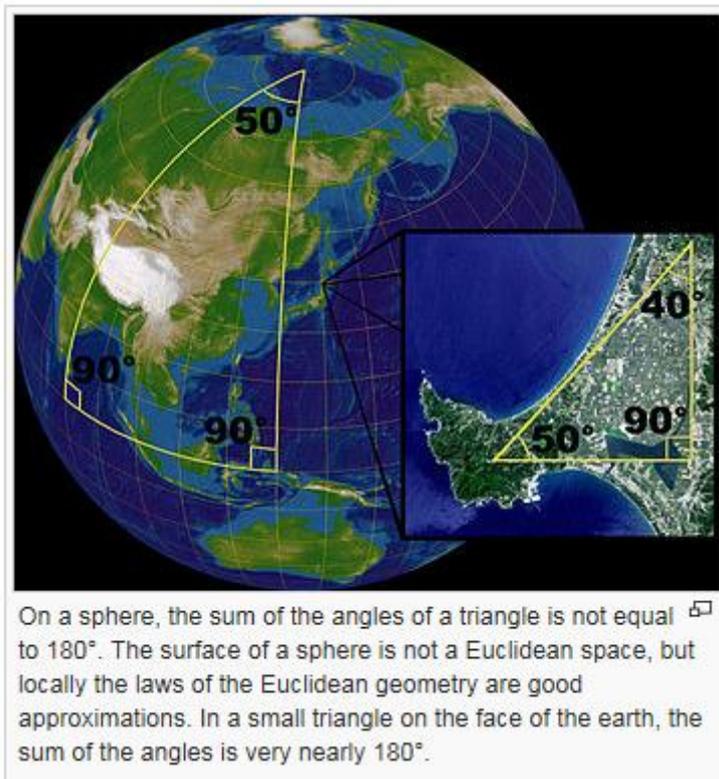
5.

この過程は、非ユークリッド幾何学が成立した過程に似ている。

非ユークリッド幾何学は、ユークリッド幾何学の第5公準(平行線公準)を否定することから始まる。

提唱者はロバチェフスキー(1829年)、ボーヤイ(1832年)を経て、リーマン(1826年～1866年)へと続く。アインシュタインは、リーマン幾何学を数学的核心とした一般相対性理論を構築する(1915年)。

非ユークリッド幾何学(Wikipedia)の日本語版は([ここ](#))、英語版は([ここ](#))。



図は Wikipedia より引用