バーコード・シンボル

西山豊

〒533-8533　大阪市東淀川区大隅 2-2-8　大阪経済大学　経営情報学部

Tel: 06-6328-2431　E-Mail: nishiyama@osaka-ue.ac.jp

１．これをどう読む

商品のどこかにバーコードが貼り付けられてあるのを知っているだろう．これはバーコードの中に企業や商品コードなど商品に関する情報が入っていて，それを瞬時に読み取ることによってレジの人たちの負担を小さくするためのものである．ＰＯＳシステム（Point of Sale：販売時点）にバーコードは無くてはならないものである．バーコードは白と黒の縞模様でできているが，これはどのようなしくみになっているのか知っているだろうか．実は個数の処理で学ぶ順列や組合せと深く関係している．数学が製品や技術に応用されているのだ．

普通のバーコードは全部で 13 桁の数字でできている．左から 2 桁の各国コード（日本の場合は 49），5 桁の企業コード，5 桁の商品コード，1 桁のチェック・ディジットとなっている．図１の例では，各国コードが 49，企業コードが 01306，商品コードが 04282，チェック・ディジットが３である．

13 桁の数字とバーコードの縞模様の関係を知るために、以下の調査をしてみよう。まず、太さは違うが線の数は全部で何本あるだろうか。注意深く数えると 30 本ある。30 本で 13 桁の数字を表すとすれば 1 桁あたり 2.3 本ということになる。しかし、このような中途半端な数字に疑問をもつことだろう。線をよく観察すると左端に２本、右端に２本、真ん中に２本の連続した細い線がある。これは、バーコードがはじまる場所や終わる場所、中間地点を示すも

図１．バーコード

ので実際の数字を表していない。それで、これらを除いて$30-2\times 3=24$本になる。

また、各国コードの 49 について先頭の４はバーコードとしては表されていない。それを意味するためか４だけが少しずらして印刷されてある。以上の結果をまとめると 24 本で 12 桁の数字を表す、$24\div 12=2$ つまり２本で１桁の数字を表していることになる。

つぎに線の太さに注目してみよう。いちばん細い線といちばん太い線の幅は何倍あるのだろうか。これも注意深く観察すると太さに４倍の差があることがわかる。そして太い線や細い線の組合せの２本線で数字を１つ表していることが予想できる。バーコードの下にある数字は人間が読めるようにした確認のための数字で，機械はこの数字を読まない.

企業コードと商品コードが読み込まれると，コンピュータにつながっているデータベースから対応する値段が引き出され表示するようになっている．バーコードに直接，値段を入れたものもある．バーコードを虫眼鏡でみて拡大してみると図２のようになる.

たとえば３という数字は白が１つ，黒が４つ，白が１つ，黒が１つの縞模様でなり，４という数字は白が２つ，黒が３つ，白が１つ，黒が１つの縞模様でなりたっている．ひとつの数字は７つの幅（７モジュールとよんでいる）で，白、黒、白、黒の縞模様でできている．それらの幅をa, b, c, dとして，数式で表すと，$a+b+c+d=7$ を満たす整数解を$1\le a,b,c,d\le 4$という条件で解くという問題になる.

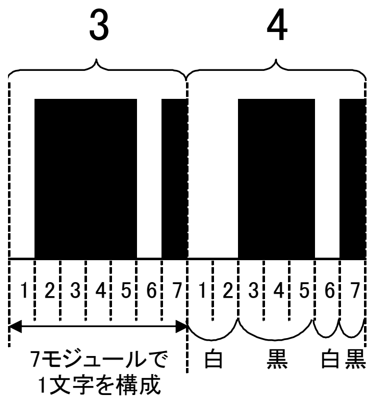

図２．シンボルの構成

２．数え上げの方法

７モジュールで１つの数字をあらわしていると説明したが，それでは７モジュールで何通りの文字が表現できるかを考えてみよう.

これは高校数学Ａでは，場合の数と確率の章で順列・組合せの中であつかう，応用編としての‘重複組合せ’の公式を使えば，たやすく求められるが，公式はいつも覚えているとは限らないので，復習をかねてまったく知識のないゼロの状態から考えてみるということにしよう．

公式をすべて忘れてしまった場合はどうするか．その場合は仕方なく，起こりうる場合をすべて書き上げる方法しかない．数え上げによる樹形図を図３に示す．これだって，簡単なように見えるが系統だって整理しながら書き上げないと落ちこぼしが出るものだ．書き上げる方法は 7 モジュールが限度のようである．8 モジュール，9 モジュールで白，黒，白，黒のパターンが何通りあるか書き上げるのはほとんどお手上げである．
重複組合せに行く前に順列と組合せの復習をしておこう．

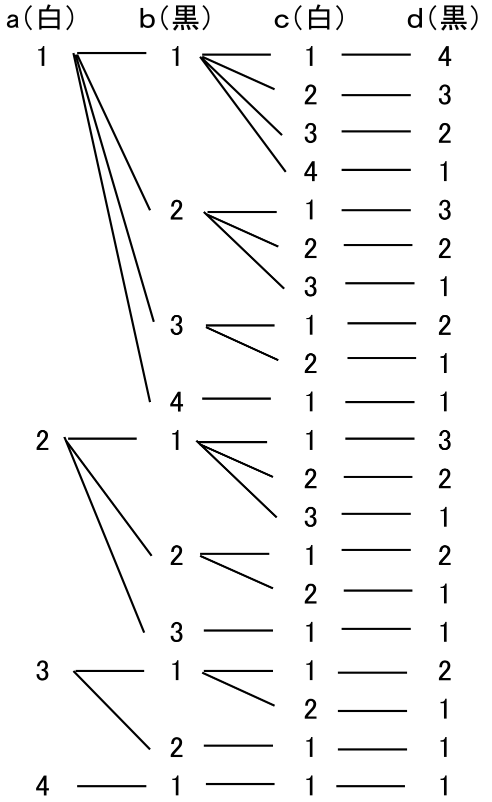

図３．樹形図

問１． 10 人の中から 3 人を選んで並べる方法は何通りあるか．

最初に選べるのは 10 通りで,次に選べるのは 1 人減った 9 人の中から選び,そして次に 8 人の中から選ぶから，$10\times 9\times 8=720$ 通りとなる．これは階乗の式であらわし，さらに順列の公式であらわすなら，

$$10\times 9\times 8=\frac{10\times 9\times\cdots\times 1}{7\times 6\times\cdots\times 1}=\frac{10!}{7!}=\frac{10!}{(10-3)!}={}_{10}P_3$$

となる．一般に，n 個の中から r 個取り出して並べる方法は全部で，

${}_nP_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ 通りである．

問２． 10 人の中から 3 人を選ぶ組合せは何通りあるか．

これは問 1 . で得た 10 人の中から 3 人を選んで並べた順列 ${}_{10}P_3$ の結果が使える．選んだ 3 人に順番がつけられているのが順列であるが，ただ選ぶだけであったら順番が問題にならないから，3 人の順序の組合せ $3!$ 通りが，それぞれにおいて重複しているから，順列 ${}_{10}P_3$ を $3!$ で割ったものが組合せとなる．つまり，$\dfrac{10\times 9\times 8}{3\times 2\times 1} = 120$ 通りとなる．これを階乗の式であらわし，さらに組合せの公式であらわすなら，$\dfrac{{}_{10}P_3}{3!} = \dfrac{10!}{(10-3)!3!} = {}_{10}C_3$ となる．一般に，n 個の中から r 個取り出す組合せは全部で，${}_nC_r = \dfrac{{}_nP_r}{r!} = \dfrac{n!}{(n-r)!r!}$ 通りである．

３．重複順列と重複組合せ

以上は高校数学で学ぶ基本事項になっているが，順列と組合せにはそれぞれ重複順列と重複組合せというものがある．つまり重複を許して順列や組合せを求めよというものである．教科書によっては学ぶべき基礎事項として入っているものと発展課題として説明にとどめているものがあるが，今回のバーコードは重複組合せの問題であるので，詳しく述べてみたい．

まず重複順列について考えてみよう．

問３． 10 人の中から重複を許して 3 人選んで並べる方法は何通りあるか．

人間が重複するのが想像しがたいようだったら，３回の抽選があって，全員が毎回，抽選に参加できるとすればいいだろう．毎回選ばれる可能性は 10 人の中からであるので，$10\times 10\times 10 = 10^3 = 1000$ 通りとなる．一般に，n 個の中か

ら重複を許して r 個選んで並べる方法は全部で n^r 通りある.

問４． 10 人の中から重複を許して３人選ぶ組合せは何通りあるか.

たとえば３人の内訳を３番目の人が２回，８番目の人が１回という選び方とすると，図４のような道筋が考えられる．こうすると，10 人の中から重複を許して３人選ぶ選び方と，ＳからＧまで行く道筋の方法が一致する．ＳからＧまでの道筋は $(10-1)+3=12$ 行程あり，この中から上向き矢印の３行程または右向き矢印の９行程を，どの段階で行うのかの問題となる．つまり，

${}_{12}C_3 = {}_{12}C_9 = \dfrac{12\times11\times10}{3\times2\times1} = 220$ 通りとなる.

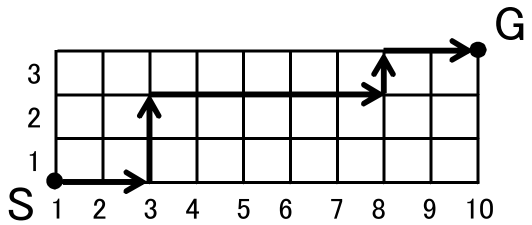

図４． ＳからＧへの経路は何通りあるか？

図４の最下行に記入した数字の位置に注意すること．数字は格子の延長線上にあるため１から 10 までの幅は９である. 特に $(10-1)+3=12$ の理解が大切なので，別の方法による説明を行う．問４は１～10 の番号のついた箱に，３個の区別のつかない玉を入れる問題となる．図５の例では３の箱に２個，８の箱に１個入っているとする．箱の外枠をはずすと，仕切りが９個となる．仕切り９個と玉が３個の合計 12 個の配置で玉３個の位置か, 仕切り９個の位置を決める組合せの問題となり,

${}_{12}C_3 = {}_{12}C_9 = 220$

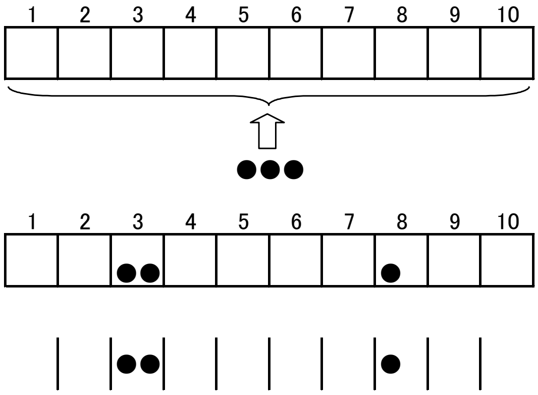

図５．重複組合せ（別解）

を得る．

一般に，n 人の中から重複を許して r 回選ぶ組合せは，

$${}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r = \frac{(n+r-1)!}{(n-1)!r!} \text{通り}$$

となる．重複組合せの記号を ${}_nH_r$ で表すことがある．

以上で準備は終わった．バーコードの組合せを考えてみよう．バーコードは 7 モジュールで 1 文字が構成される．1 文字は白＋黒＋白＋黒のパターンでできている．そこで，左から順番に白，黒，白，黒の幅を a, b, c, d モジュールとすると，

$$a+b+c+d=7$$

の整数解を求める問題となる．ただし，白黒の幅は少なくとも 1 モジュールが必要であるので，必然的に最大モジュールの大きさがきまる．最大モジュールは 4 となり，数式で表せば

$$1 \le a, b, c, d \le 4$$

という条件で解くことになる．

最低の 1 モジュールを a, b, c, d から引くと結局は残り $7-(1+1+1+1)=7-4=3$ モジュールを選ぶ問題となる．この 3 モジュールを a, b, c, d 4 種類の中から重複を許して選ぶ組合せは全部で何通りあるかという問題で，重複組合せの公式より，

$${}_4H_3 = {}_{4+3-1}C_3 = {}_6C_3 = \frac{6!}{(6-3)!3!} = 20\text{通り}$$

となる．

図２のシンボルの構成をみて，即座に重複組合せの公式が適用でき以上のような計算ができれば申し分ないのだが，公式を間違わずに覚えているというのは少ないのではないだろうか．そして，間違わずに解答するために，重複組合せの公式を使わずに，図３で示したように，樹形図による数え上げの方法で着実に求めるというのが普通ではないだろうか．

４．40 通りのパターンが可能

７モジュールで 20 通りの文字が表現できると説明したが，白黒白黒のパターンと逆の黒白黒白のパターンについても 20 通りの文字が表現できることになり，合計 40 通りの文字が表現できることになる．数字は０から９までの 10 個であるので４倍も必要ないのではと思われるが，このゆとりはバーコードの誤読を防ぐ

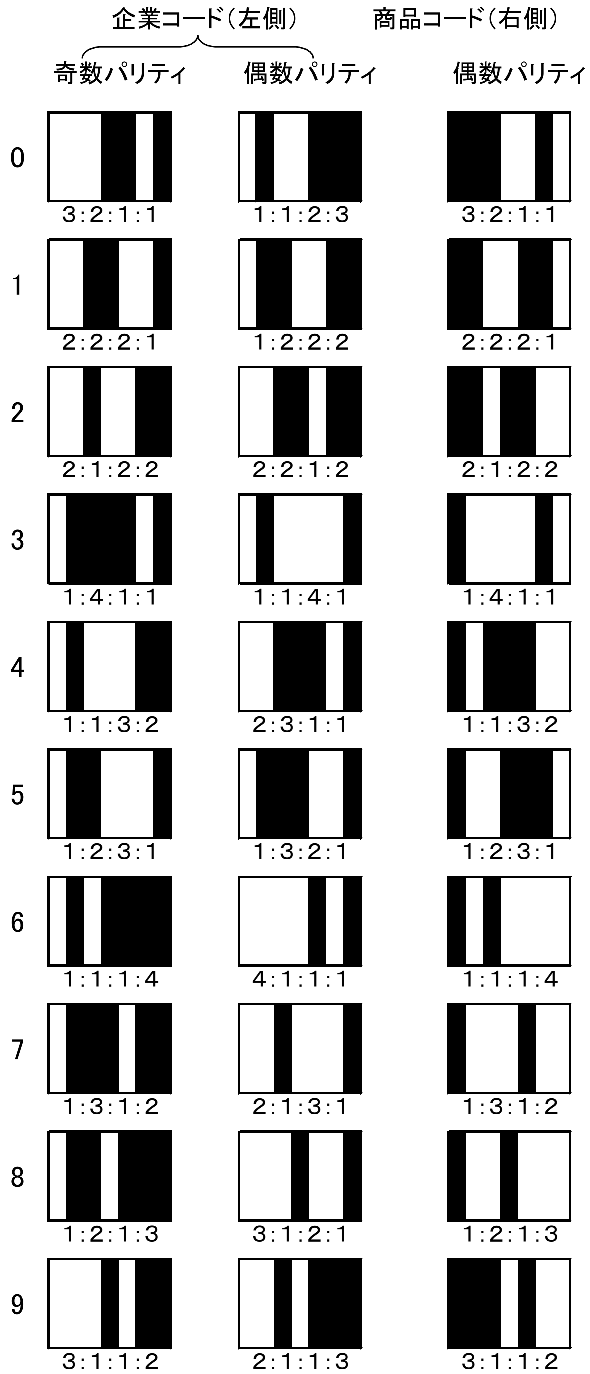

図６．数字とパターンの対応表

ために使われている．

黒のモジュール数の合計が奇数の場合を奇数パリティ，偶数の場合は偶数パリティと呼んでいる．企業コード（左側）は奇数パリティと偶数パリティの２種類のパターンが，商品コード（右側）は偶数パリティのパターンのみが使われている．たとえば，同じ数字の３でも白(1)黒(4)白(1)黒(1)の場合は黒が合計５モジュールであるので奇数パリティ，白(1)黒(1)白(4)黒(1)の場合は黒が合計２モジュールであるので偶数パリティとなる．JIS 規格の資料をもとに 30 通りのパターンを示すと図６のようになる．

また，企業コード（左側）は白黒白黒のパターンで商品コード（右側）は黒白黒白のパターンとなっているが，これはスキャナーで読み込まれる際に，両方向から読まれることに関係しているように思える．

1 文字をあらわす幅が 7 モジュールであれば 20 通りの組合せができる．6 モジュールであれば 10 通りの組合せである. これは樹形図を描いてもそれほど時間がかからない．しかし，1 文字をあらわすのに 8 モジュールなら何通りあるのかという問題を解くなら，これはやはり公式に頼らざるを得ない．公式は受験生を苦しめるためのものではない．書き上げに相当の時間がかかるのをなくすためにあるのである．

公式を忘れたり, うろ覚えであったりするなら, 問 1～問 4 で示したように, 順列, 組合せ, 重複順列, 重複組合せの公式を導入した過程を思い出せばよい．

8 モジュールの場合は，

$$a+b+c+d=8$$

の整数解を

$$1 \le a, b, c, d \le 5$$

の条件で解くことになる． a, b, c, d は最低 1 モジュール必要だから，残り $8-1\times 4=4$ モジュールを

a, b, c, d の中から選ぶ重複組合せとなる．つまり，

$$_{4}H_{4} = {}_{4+4-1}C_{4} = {}_{7}C_{4} = \frac{7!}{(7-4)!4!} = 35 \text{通り}$$

となる．また，白黒白黒と黒白黒白のパターンを考えると 70 通りとなる．

バーコードの13桁目はチェック･ディジットの桁である.各国コード(2桁),企業コード（5桁），商品コード（5桁）の合計12桁が正しく読み込まれているかを確認するためのもので，数値としての意味はない．チェックの方法はモジュラス10が用いられているが、その計算法を説明しよう。

12桁の数字で偶数番目にある数字の合計を求め、それを3倍する。これに奇数番目にある数字を合計したものを足す。この数より大きい10の倍数で、その中で一番小さい数からこの数を引くと、これがチェック桁の数である。図1の例で具体的に計算してみよう。13桁の数字は4901306042823であるが意味のある12桁の数字490130604282について、偶数番目の合計は9+1+0+0+2+2=14になる。そして、この数を3倍すると、14X3=42 になる。奇数番目にある数字の合計を求めると、4+0+3+6+4+8=25になり、これらを合計すると42+25=67になる。67より大きくて10の倍数で一番小さいのは70であるから、70から67を引いて70−67=3つまりチェック桁は3になる。このチェックのお陰でバーコードの読み取り率を高めていることになる。

参考文献

(1) 西山豊「バーコード・シンボル」『サイエンスの香り』日本評論社，1991，1-9

(2) 日本規格協会「共通商品コード用バーコード・シンボル，JIS X 0501」1985改正