

# ベンハムのコマ

西山豊

〒533-8533 大阪市東淀川区大隅 2-2-8 大阪経済大学 経営情報学部

Tel: 06-6328-2431 E-Mail: nishiyama@osaka-ue.ac.jp

「数学を楽しむ／ベンハムのコマ」『理系への数学』2008年5月, Vol.41, No.5, 4-7に掲載

## 1. 白黒から七色が見える

ベンハムのコマというのがある。ベンハムは考案者の名前です。ベンハムさんが作った不思議なコマのことをこう呼ぶ。図1に示したのがそれで、半分が黒で塗りつぶしてあり、あとの半分には3本ずつの円弧が描かれてある。このコマをまわすとどうなるだろうか。私は情報数学の講義で毎年このコマについて紹介している。

白地に黒色が塗ってあるから、黒色の線または灰色の線が見えるだろうと思われるが、実際は赤色、青色、緑色などの色が見えるのだ。こんなことを言っても学生は手品か何かの類だと思って信用しない。この原稿も実物を見せられなくて読者にどれだけ伝わるか疑問であるが、このコマの意味するところをできるかぎり説明したい。

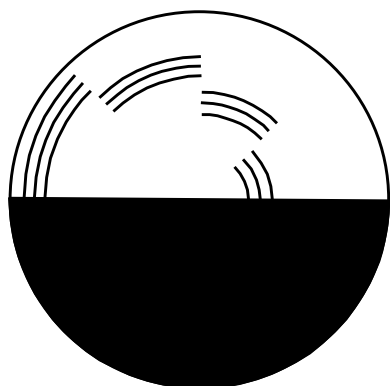


図1. ベンハムのコマ

コマを勢いよくまわすと最初は何も見えない。コマの回転が減速してきて、パターンがちらつきだすと、その瞬間にぱっと色が浮かび上がってくる。コマを反時計回りに回転すると外から赤色、橙（だいたい）色、緑色、青色が見える。この色は鮮明な色ではないが、黒色でも灰色でもなく、明らかに色を感じることができる。コマの回転を時計回りにすると外から青色、緑色、橙色、赤色になり色のパターンが逆になっていて面白い。この理由は後で述べる(図2)。

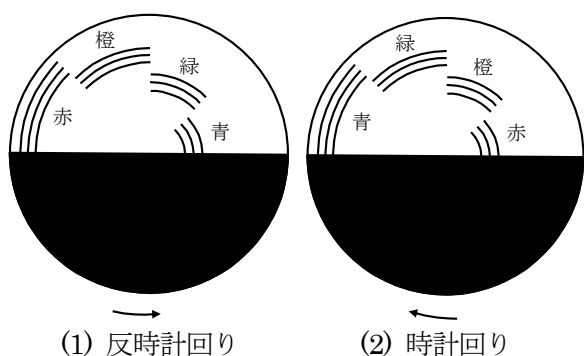


図2. 回転の向きで色の順序が異なる

## 2. 主観色の研究

白色光を断続的に提示するか、白と黒が適当な仕方で交代するように作られた円板を回転させることによって、無彩色以外の色を見ることがある。この現象は刺激の分光特性から予測できないという理由で主観色と呼ばれたり、主たる発見者の名前をとってフェヒナーの色と呼ばれたりしている。

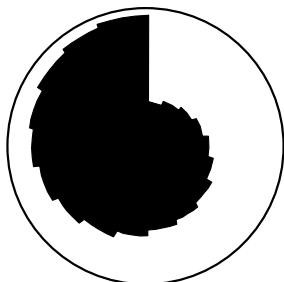
1948年までの主観色に関する研究はJ.コーエンとD.A.ゴードンの論文に詳しい[1]。

主観色をいちばん最初に発見したのは、フランスの修道士プレボーである。1826年、彼は薄暗い部屋から白色光線を観察していた。白い矩形のボール紙を光線に対して垂直に、断続的に区切るように動かした。はじめは白色しか見えない。そのうちに真ん中にすみれ色、深い藍色、そして赤色に続いて黄緑が見えた。この現象は、あたかも白色光線をプリズムで基本色に分解したかのようなようである、と彼は言っている。ただしニュートンのように光を分解したことを意味していない。網膜上に、神経と結びつく色彩感覚をよびおこす物質が存在するのだろう、そして、これらの物質は異なった比率で反応するのだろう、と彼は想像する。このときは3つの光受容器の概念は確立されていない。

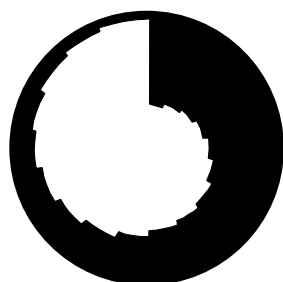
主観色の再発見は1839年にフェヒナーによってなされた。彼は図3(1)(2)で示すような白黒で構成された円板をつくった。この円板を回転させると、白黒の比率によって発光度の違う灰色がみえる。回転が減速して、光がちらつくようにみえだす瞬間、これを臨界融合頻度とよんでいるが、多くの色がみられる。これらの色は鮮明ではないが、間違いなく色と判断できる。円板の回転速度と回転方向が主観色を決定する要素である、とフェヒナーは言っている。

この後、1848年にはドーブが同図(3)の、1859年にはジョン・スミスが同図(4)の円板をつくり、主観色が見られると発表している。

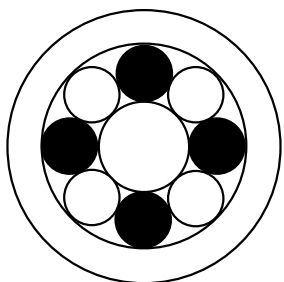
1860年、ヘルムホルツは主観色に対して科学的な原理をあてはめようとした。彼の研究にはマックスウェルの円板がひきあいに出されている。ヘルムホルツの理論はフェヒナーの理論を受け継いでいる。すなわち、網膜にある赤、緑、青の3つの受容器の反応の立ちあがりと落ちこみの時期が異なるからだとしている。青色は赤色より遅れて反応するという仮説である。なおヘルムホルツがつくった円板は同図(5)に示したものである。他にブリュッケの円板がある(同図(6))。



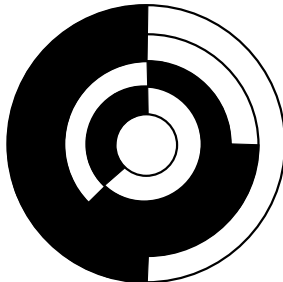
(1) フェヒナー



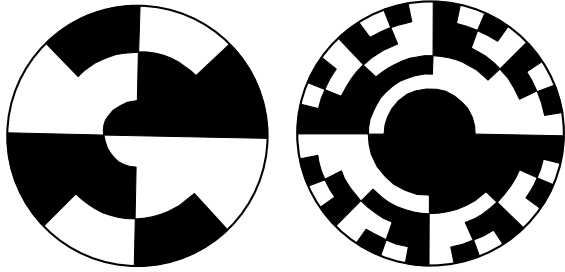
(2) フェヒナー



(3) ドーブ



(4) ジョン・スミス



(5) ヘルムホルツ

(6) ブリュッケ

図3. 色が出るコマ

1894年から1895年にかけてのイギリスは、「人工的につくられたスペクトルのコマ」と称するおもちゃに、かなり興味をもたれた年である。イギリスの科学雑誌『ネイチャー』で「ベンハムのコマ」と呼ばれるこのコマの論議がなされ、広くおもちゃとして売られて人々に親しまれた。おもちゃとしての面白さは、つくり出される色のパターンが、プリズムで光を分解したときとほぼ同じ順序であられることである。

この後今日に至るまで多くの研究者が主観色をあらわす円板を発表したり、主観色の原因に仮説をたてたりしたりしているが、まだまだ不明な点が多いという。それは人間の眼球、視神経、大脳の働きに深く関係していて、その実証がむずかしいことに原因がある。

### 3. 光、そして眼球から大脳まで

なぜ色を感じるかという問題は、ゲーテやニュートン以来、科学者の最大関心事の1つで200年以上も前からいろいろ研究が続けられてきた。物理学では、色は人間の目に感じる可視光線で、空気中の波長が約380ミリミクロンから780ミリミクロンまでの範囲にある電磁波と考えられている。

あかりを消すと何も見えなくなる。色を感じるには光がなければならぬ。光は何色かと問えば、白色が一色ではなく、すべての色を含んでいるというのが答えである。そして葉の色が緑色と感じるのは、葉に光があたって、緑以外の波長（赤や青）を吸収し、緑だけが反射するので緑色に見えるのだ。

ところが光なしでも色を感じることもある。暗闇でも指でまぶたの上から眼球を押さえつけると青い球が見え、その背景は少し赤紫色に見える。カラーの夢をみる人がいる。この場合は網膜には何の刺激も与えられないので、おそらく大脳の働きであろう。

色に対するわれわれの感覚器は目であるが、これはもともと精巧な自動式カメラにたとえることができる。レンズは水晶体で、その曲率を筋肉で自動的に調節してフィルムや乾板の役をする網膜に焦点を合わせ、はっきり像を結ばせる。網膜は光のエネルギーを電気的なパルスに変化させ、視神経を通して脳に情報を送る。網膜の裏には、明暗を感じる桿状体（かんじょうたい）と色を感じる円錐体があり、前者は網膜全体に分布し、後者は主に中央部に密集している。明るいほど絞りが小さくなるので色がよく見え、暗くなると絞りが開くので明暗だけしかわからなくなるのは、このようなところに原因する。

マークスは1964年、精巧な分析装置によって円錐体1個の微小分析に成功した。彼はまず金魚の円錐体に赤（625ミリミクロン）、緑（530ミリミクロン）、青（455ミリミクロン）の3種の異なる吸収をもつことを見だし、やがてサルやヒトでも570、535、455ミリミクロンの3種の吸収を見いだしたのである。

網膜上の2次元に配置された視細胞からの情報は同時に並列に上位に運ばれていく。しかし網膜から大脳に向かう視神経の数は、視細胞の数よりはるかに少なく、両者間に1対1の対応はない。しかも情報伝達は経路によって到達速度も異なる。網膜から視神経に至る神経回路網は3次元の時間・空間回路であるということが出来る。このことが主観色のあらわれる原因にもなり、色の知覚をより複雑にしていることになっている。

#### 4. 刺激と感覚の特性

神経系による生体内の情報処理システムの基本要素はニューロン（神経細胞）である。ニューロンの基本構造はだいたい図4のようになっている。本体である細胞体があり、これから多くの樹状突起が出ている。この中でとくに1本長いのは軸索と呼ばれ、細胞体の興奮を次のニューロンに伝送させるための経路となっている。軸索の先端部はいくつかに枝分かれしており、次のニューロンの接続部分であるシナプスを持っている。

ニューロン間の情報伝達はイオン伝導である。いま軸索の内部は  $K^+$  イオン、生体膜をはさんで外部は  $Na^+$  イオンの濃度が高く、静止時（無興奮時）は膜の内部は外部に対し負の数十ミリボルトの静止電位を持っているとする。興奮が到来すると、膜は  $K^+$  および  $Na^+$  に対し選択的に透過性がよくなり、 $Na^+$  が内部に、 $K^+$  が外部に出されることによって、膜内は高い正電位に変わる。この正電位を活動正電位という。興奮は将棋倒し式に次々と隣に移っていくが、これはイオンが軸索中を移動していくのではなく、 $Na^+$  流入、 $K^+$  流出という状態が次々に移動していくのである。

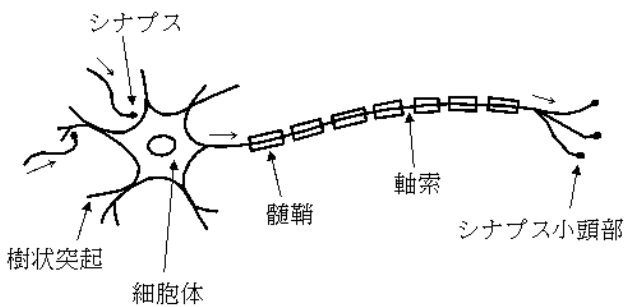


図4. ニューロンの基本構造

時刻 0 において  $I$  なる強さの光が点火し、時刻  $T=t_5$  で消滅した場合の光の感覚はどう変わるのだろうか。それは図5に示すような感覚が測定される。

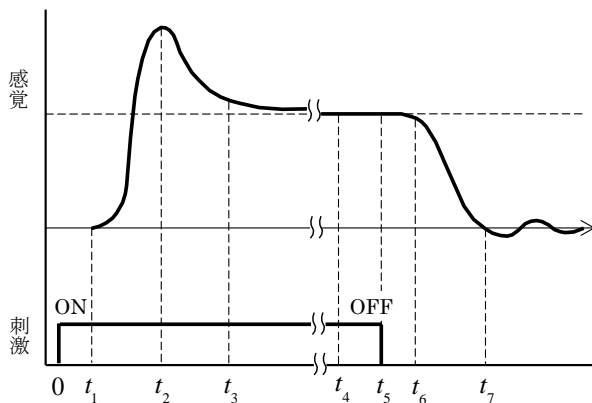


図5. 光刺激に対する感覚の時間経過([2]を参考)

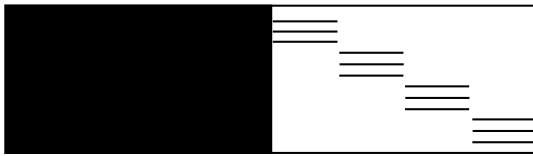
刺激と感覚は、時期、大きさにおいて必ずしも一致しない。刺激がはじまってから少しおくれて感覚がはじまり、やがて感覚は順応する。刺激が終わってもなお感覚は残っている。

これらの心理現象はニューロン間のイオン伝導に深く関係しているようだ。刺激がある値より大きくなければパルスが発生しないこと（閾性：いきせい）や、伝達が遅れたりすること（遅延）の性質は、ニューロン特有のものであって、主観色の解明に大きく貢献するのではないかと思われる。

#### 5. ある仮説

私は、浮かびあがる色を写真に収めておこうと思ったが、案の定、色は写らなかった。写真には白黒の線がぶれた状態で写るだけであった。シャッター速度の問題ではなかった。色を光学系だけのものとして捉えようとしたところに根本的な誤りがあり、ヒトが見るから色を感じるのである。そこで私なりに仮説を立ててみた。

図1のパターンを円周方向から直線方向に変えると図6(1)になる。黒色が半分の箇所、3本線の箇所、そして白色の箇所の繰り返しを私たちは見ていることになる。そこで、ベンハムのコマを少し変形したものを図6(2)に示す。外側(上段)と内側(下段)の3本線を黒の部分から離れたのである。



(1)



(2)

図6. 円周を直線に変える

左半分の黒の部分は目を休める意味をもっていて、色をつくり出すことには関係していない。右側の残り半分に注目してみる。3本の線で示した4つのグループはともに2つの白い領域に分けられているとみなせる。白い部分は光を反射する部分であり、黒い部分は光を反射しない部分である。したがってベンハムのコマは、2つの連続した光の刺激が引き起こす現象となる。白の部分を刺激として4つのグループをパターン化すると図7になる。いずれも2つの光刺激があり、それらを第1刺激、第2刺激ということにする。第1刺激の量と第2刺激の量はグループによって異なる。

前に説明したニューロンの特性を用いた仮説をたててみる。第1回目の刺激を網膜上の光受容器で受けたとしても、引き続き黒い3本線のため視神経への伝達を遅らせると思われる。その遅らせる度合いは第1回目の光の刺激量に反比例すると仮定する。つまり第1刺激(白)の量が長ければあまり遅れず、短いとかなり遅れるのである。ちょうど、質量の大きい物体は動かさにくく、小さい物体は動かしやすいという力学関係と似たことがあてはまらないだろうか。

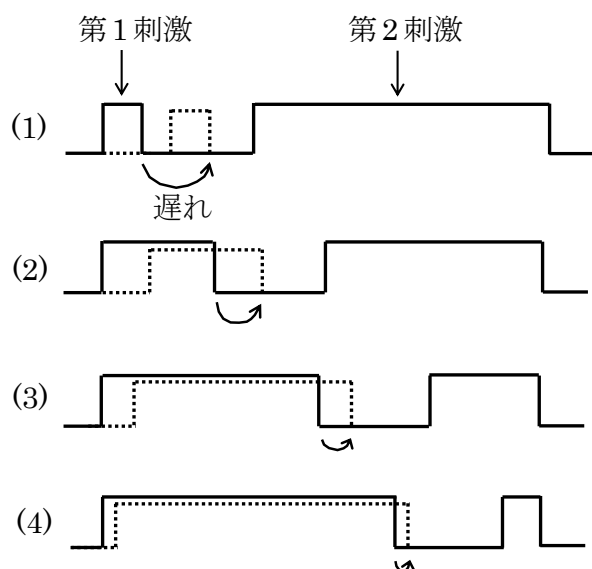


図7. 第1刺激と第2刺激の干渉

遅れた第1刺激を点線で示し、それと第2刺激を重ね合わせるとどうなるだろうか. 図7の(1)から(4)を波長の長い順, すなわち赤, 橙, 緑, 青に対応させてみる. 遅れた第1刺激と新しい第2刺激の光刺激の干渉の結果, 強調する波長の信号だけが色として浮かび上がると考えると, この仮説も成り立つ. ニュートン・リングにおける干渉は客観的なものだが, ベンハムのコマは主観的, 動的なものである. 主観色の原因は現在のところ完全には解明されていない. 色覚に関する神経網の等価回路が発見されればノーベル賞は間違いなであろう.

ベンハムのコマを体験するには実物を見るしか方法がないが, 最近ではパソコンの技術が進んでいてインターネットでも見ることができる[3]. ここでは75個の錯視図形が紹介されていて, ベンハムのコマ以外に北岡明佳氏の考案による Rotating snake(蛇の回転)があり面白い. 静止面を見ているのだが蛇が動いて見えるのは不思議だ.

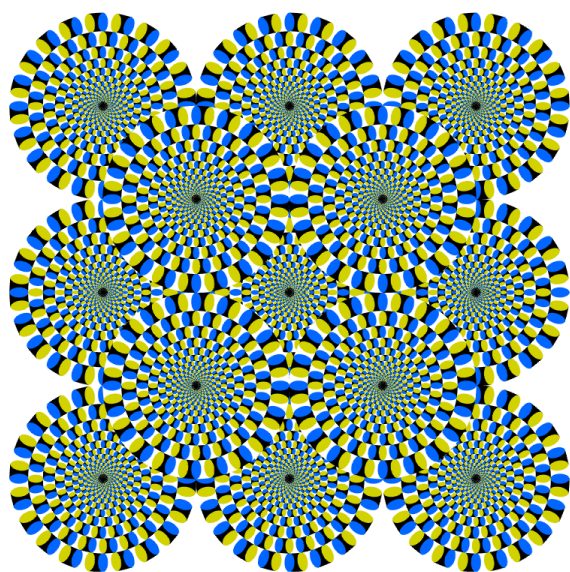


図8. "Rotating snake" 蛇の回転 (北岡明佳氏のオリジナル作品)

#### 参考文献

[1] Jozef Cohen and Donald A. Gordon, The Prevost-Fechner-Benham Subjective Colors, Psychological Bulletin Vo1. 46 (1949) .

[2] 樋渡涓二『生体情報工学』コロナ社, 1971

[3] 75 Optical Illusions & Visual Phenomena by Michael Bach, <http://www.michaelbach.de/ot/>

[4] 西山豊「ベンハムのコマ」『サイエンスの香り』日本評論社, 1991

(にしやまゆたか／大阪経済大学)