

花びらの数理

西山豊

〒533-8533 大阪市東淀川区大隅 2-2-8 大阪経済大学 経営情報学部

Tel: 06-6328-2431 E-Mail: nishiyama@osaka-ue.ac.jp

この論考は花卉はなぜ5枚が多いのかを、フィボナッチ数列や黄金比による従来の説明ではなく、シュート頂にある細胞群の配置に着目して5弁のモデルを作成した。これにより5弁の可能性がもっとも高くつぎに6弁の順であること、4弁は不安定で7弁はほとんど起こりえないことを説明する。

1. 多い5弁の花

私は自然界にひそむ「5」に非常に興味がある。「5」とはつまり、ヒトデの腕はなぜ5本か、桜の花びらはなぜ5枚か、人間の指はなぜ5本かということである。自然界に存在する「6」については、すでに説明がなされている。ミツバチの巣や雪の結晶などは正6角形をしているが、正6角形である理由は平面充填形の問題に帰結される。平面を円で埋め尽くすとき、隙間の総和を最も少なくする配置が決定される。その円の配置を維持したまま隙間を埋めるように正多角形で近似すると正6角形になることから、ミツバチの巣房（すぼう）が正6角形になることが推論される。

ウニ、ヒトデ、ナマコなどの棘皮（きょくひ）動物は、皮膚には骨板があり特有の水管系をもち5放射相称である。5放射相称とは5角形でかつ回転対称ということになる。しかし、「5」である理由は平面充填形の問題としては解決できないし、生物の本のどこにもその説明が載っていない。私達はコンパスと定規で（いわゆる作図問題で）正5角形を描こうとすると、正3角形や正方形、正6角形などのようにうまく描けない。分度器を使えば円の中心角360度を5で割って正5角形は描ける。ところがヒトデはコンパスも定規も使わないし、

数学の知識もない．こんな原始的な水生動物がどうしても簡単に正五角形を描いてしまうのだろうか．生物学者にとってはヒトデの腕が5本でも6本でもどちらでもよく，数学者の私が不思議に見えてくるのはこのへんの事情による．

ウニやヒトデの「5」は動物だけでなく植物の中にも見られる．身近にある『植物の図鑑』（小学館）のページをパラパラとめくってみると，5枚の花が目立つ．春の花としてはシクラメン，サンシキスミレ，カスミソウ，ウメ，サクラ，ツツジ，モモなどが，夏の花としてはアサガオ，ヒルガオ，キョウチクトウ，サンゴジュなどが，秋の花としてはフヨウ，キキョウ，ニチニチソウ，ナデシコ，リンドウなどが5枚の花を咲かせる．また作物としてはスイカ，メロン，ナシ，リンゴの花弁が5枚である．

「5」に興味があるので，5弁の花だけを集めたのではないかと思われるかもしれない．カラーの花びらは1枚であり，アヤメは3枚だし，ジンチョウゲ，ハナミズキ，キンモクセイは4枚，ユリ，スイセン，ランは6枚であるといったように．ところが図鑑でよく調べてみるとカラーは1弁の白い花びらのように見えるのは包（ほう）で，中の太い軸の表面に小さい花がつくとあり，ジンチョウゲ，ハナミズキ，キンモクセイは花びらが4枚のように見えるが，あれは花弁ではなくてガク片であるとある．花びらが1枚，4枚だと思ってもこれは花びらとしてカウントされないケースが多い．

ここで問題にしている花びらの5弁は統計的にみて本当に多いのだろうか．研究のスタート地点を明確にするため，私は図鑑で調べてみることにした．牧野富太郎『改訂増補・牧野・新日本植物図鑑』（北隆館）にはすべての植物が，界門綱目科属種というランクで整然と分類されている⁽¹⁾．そして，この本にはすべての科について，ガク片，花弁，おしべ，めしべの数が記載されている．花を構成する要素としてガク片，花弁，おしべ，めしべがあるが，これらの位置，配列状態を模式図に描いたものが花式図で，これを見ると花の構造がよくわかる．

花の構成要素をもとにした分類で3数性，4数性，5数性というのがある．ガク片，花弁，おしべ，めしべなどが，3またはその倍数からなることを3数

性という。単子葉植物に多くユリ，アヤメ，ムラサキツユクサがある。同じように，4 またはその倍数からなることを4数性といいアオキ，マツヨイグサ，イカリソウがあり，5 またはその倍数からなることを5数性といいツツジ，アサガオがあり双子葉植物に多い。単子葉は種子の子葉が1枚で葉脈が平行で，双子葉は種子の子葉が2枚で葉脈が網状である。

わかったことは花卉の数は科の中では同じであるということだ。本来ならすべての植物について花卉の数を調査する必要があるが，便宜的に科の単位で集計してみた。その結果は次の通りである。調査した種子植物門の科の数は全部で219科あった。種子植物門は裸子植物亜門（13科）と被子植物亜門（206科）に分かれる。裸子植物亜門はすべて花卉もガク片もなく，0弁とした。被子植物亜門は単子葉綱（35科）と双子葉綱（171科）に分かれる。単子葉綱はアヤメ科やユリ科などで，3弁や6弁が多い（3数性）。ガク片がなく花被片としてカウントされる。双子葉綱は離弁花亜綱（125科）と合弁花亜綱（46科）に分かれる。離弁花亜綱はバラ科やアオイ科やスミレ科の5弁（5数性）とアブラナ科やミズキ科の4弁（4数性）が多い。合弁花亜綱はツツジ科やヒルガオ科などで，5弁（5数性）が多い。

種子植物門の科の数は全部で219科あり，これらを花卉数で分類したのが別表である。集計にあたって花卉がなくてもガク片や包などで数えられるものは花卉数に含めた。これらのうち3～6弁だけを取り出して集計してみると科の数は159科あり，5弁のものは84科で52.8%といちばん多いことがわかった。5弁の花は被子植物亜門で双子葉綱に属す，つまり進化論的には高等な植物群の中にあるのだ。

弁数	科数	百分比
0弁	38	17.4%
1弁	2	0.9%
2弁	6	2.7%
3弁	13	5.9%
4弁	38	17.4%
5弁	84	38.4%
6弁	24	11.0%
多弁	7	3.2%
不明	7	3.2%
計	219	100.0%

表 花卉数による分類（西山が作成）

2. キクも5弁花？

私達の身近な花といえばキクである。キク科の代表的な種は春のタンポポ、夏のヒマワリ、秋のコスモスで私たちに親しまれている。『植物の図鑑』（小学館）によれば全体が 1495 種の中でキク科は 135 種といちばん多く、比率でいえば 9 パーセントを占めている。このキク科の花弁について私は無意識的に多弁（7 枚以上）として集計してきたが、キク科も 5 弁であることが後になってわかった。

キク科の花は舌状花（ぜつじょうか）と管状花（かんじょうか）で構成される。周辺部にあるのが舌状花であり、中央部にあるのが管状花である。舌状花は癒合（ゆごう）した 5 花弁からなる。もともとは 5 枚であったが、4 枚が退化して 1 枚だけが残る舌状になっているのだ。また中央部の管状花は小さな花が数百個ぎっしりつまった集合花でそれらはすべて 5 弁である。コスモスの花弁は 8 枚であるかのように見えるが実際は 8 個の花である。8 個の舌状花からなり、そのひとつひとつは退化した 5 弁花である。また、公園に咲くコスモスを 1 本取ってルーペ（倍率が 10 倍から 15 倍でよい）で管状花を観察するとよい。ぎっしりと小花が集合しているが、その小花の先はひとつひとつが 5 つに裂けている。先が尖っているのでキキョウの花のようにも見えるが、あきらかに 5 弁である。

マメ科の花カラスノエンドウは、もとの方は筒形で先は 5 つに分かれている。花冠（花びらの全体）は 1 枚の旗弁（きべん）、2 枚の翼弁、2 枚の竜骨弁（りゅうこつべん）の 5 枚から成り立っている。マメ科、シソ科、スミレ科などの花は、真横から見ると左右対称の形をしている。こういう花を左右相称花というが 5 弁に変わりない。食材に使うオクラの形は正 5 角形をしている。オクラの別名はアメリカネリでアオイ科に属する。詳しく言えば被子植物亜門、双子葉植物綱、離弁花亜綱、アオイ目のアオイ科であり、アオイ科は 5 数性の花である。ガク片、花弁、おしべは外観で確認できるが、子房は外からは観察できない。この子房がオクラの果実の 5 角形に関係している。めしべの下方に子房があり、子房が 5 分室あるから果実の形が正 5 角形となる。また、ナシの実の横断面図を見るとオクラと同じように 5 角形に種子が配置されている。ナシはバラ科に属し 5 数性である。花びらの枚数と種子の数に深い関係があることが

わかる。

3. 花とは何か

ここでは花とは何であるかを原襄『植物形態学』（朝倉書店）を参考にしてまとめておこう⁽²⁾。植物の器官には根と茎と葉がある。根は植物体の地下部にあつて植物体を支え、水や無機塩類の吸収を行い、物質の通道に役立つ。茎は植物体の地上部にあつて地上部を支え、物質の通道に役立つ。葉は茎のまわりに規則的に配列し平らな形をもって光合成を行う。植物体内と外界とのあいだの二酸化炭素 CO_2 、酸素 O_2 の交換や蒸散を積極的に行う。

1本の茎と、そのまわりに規則的に配列する複数の葉からなる単位を植物学上はシュート (shoot) という。いわゆる枝がその一例である。花序や花を生じる芽とこれが展開、伸長したのもシュートと考えることができる。多くの植物の花はガク片、花弁、おしべ、めしべからなり、めしべは1枚から数枚の葉に相当するもの(心皮)が合着してできると考えることができる。1枚のガク片、1枚の花弁、1本のおしべもそれぞれ変形した葉と考えることができる。結局、1つの花は変形した短い茎に数種類の変形した多数の葉が規則的に配列したものとみなすことができる(図1)。

花は植物学的にみれば果実と種子をつくるもとになる器官である。つまり花は究極的には種子をつくって子孫を残すことに働く器官であるといえる。そこで花は生殖器官であるといわれる。5弁の理由を探るため、私はまず花粉の中に花弁の5枚を決定するカギがあるのでは、と疑ってみた。『現代生物学大系(第7巻)』(中山書店)に掲載されている走査電子顕微鏡の花粉写真を

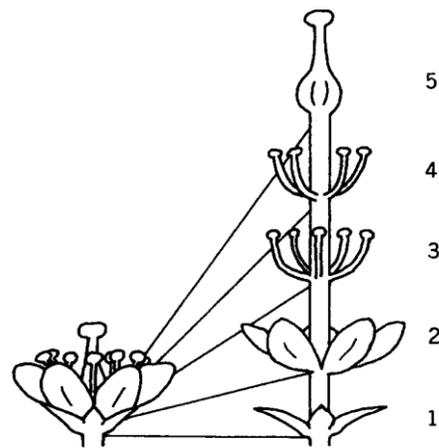


図1 花を一つのシュートとみなすときの解釈(1.ガク片, 2.花弁, 3,4.おしべ, 5.めしべ)(原襄『植物形態学』朝倉書店より引用)

眺める。様々な美しい花粉の形の中にはウニやヒトデの受精卵や桑実胚に似た球形のものもあるが「5」を決定する痕跡は見当たらなかった。つぎに種子の中に「5」があるのではと疑ったが、子葉、幼芽、幼根つまり葉、芽、根のひながたがあるだけで、花のひながたはないのであった。植物には一次生長と二次生長があり、花は二次生長で形成されるから「5」の形が決まるのはもっと先のことである。

熱帯雨林のスマトラ島に咲くという世界最大の花ラフレシアは5弁であるが、ある日この花が開く時のTV映像を見た。5弁の花は隣り合わせの順序に開くものとばかり思っていたが、そうではなく、ひとつおきに飛びながら開いていき、2周して5枚の花弁ぜんぶが開いた状態になるのだ。また身近にある花ではツバキ科の花が5弁であるが、その蕾をひとつ取ってきて花弁を1枚ずつはがして観察するとラフレシアと同じ順序に開くことを確認できた。

花弁の開く順序は、後で示す葉のつく順序（らせん葉序）に似ている。図1に示したように花は葉が変形したものであること、そして茎を極端に短くしたものであることから、私の関心は花の開き方から葉のつき方へと移っていった。ところで、花の葉原基説を最初に唱えたのはドイツの詩人ゲーテである（1790年）。葉芽と花芽は違ったものであり、葉がすべて花になることはないので、この説は一部のあやまりを含んでいるが、大筋において間違っていない。

葉の役目は光合成をすることである。光合成をするためには太陽の光を最大限に利用しなければならない。植物がお互いに陰を作りにくくするような葉のつき方には、つぎの4つの方法（葉の配置のことを葉序という）がある。まず2枚の葉が茎の同じ高さから対称にでるようなつき方で、これを対生という。また2枚の葉が茎の異なる高さに交互についていくつき方を互生という。そして3枚の葉が茎の同じ高さから出ているつき方を輪生という。さらに3枚の葉が茎の異なる高さから出ているものを、らせんという。らせんは多くの葉をつけ、かつ陰を作りにくくするので光合成に都合がよい。

互生葉序やらせん葉序にはつぎに説明する開度の違いによってさまざまなタイプがある。開度とは、葉序を示す断面図で、茎と1枚の葉の中心を結ぶ線と、茎とそのすぐ上の（あるいは下の）葉の中心を結ぶ線とのつくる角のことであ

る．例えば開度が 144 度であるとすると，144 度は 360 度の 5 分の 2 であるから 5 分の 2 葉序という．葉序には 2 分の 1，3 分の 1，5 分の 2，8 分の 3 などきわめて多くのタイプが知られている．分数で表す葉序の表示法の分子はまわるらせんの数，分母はその間につく葉の数と思ってよい．8 分の 3 葉序は，3 周する間に 8 つの葉がつくことを表している．

植物の葉のこのようなつき方はフィボナッチ数列で表すことができる．フィボナッチ数列とは

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, …

というように，前の 2 項の和を求めて作り出される数列である．この数列のひとつおきに数字を選び，大きい数字を分母に，小さい数字を分子にするとよい．たとえば，2 と 5 なら 5 分の 2，3 と 8 なら 8 分の 3 である．ところで，葉序はフィボナッチ数列ですべてが説明されるのだろうか？原襄『植物の形態（増訂版）』（裳華房）の 88～89 ページには，フィボナッチ数列で解決しようとする数学者に対するすどい指摘がある⁽³⁾．

4. 茎頂細胞に注目

生長点とは，つまり植物の茎および根の先端にあつて，もっぱら細胞分裂が行われる部分で，茎頂や根端のことをいうが，ここが謎を解くカギになっていることは間違いない．生長点では細胞の形と大きさ，それに配置が問題になるだろう．原襄『植物形態学』（前掲書）には，シュート頂とその基本的構造についての説明がある⁽³⁾．シュートとは，茎と葉からなる単位であつた（前述）．シュート頂はこの茎や葉を直接つくる場所であり，葉の葉腋分裂組織もつくる．シュート頂は茎頂とも呼ばれる．

被子植物のシュートの頂端分裂組織には外衣・内体と細胞組織帯の 2 つの構造を認めることができる．シュート頂には 1～数層の，表面に平行な細胞層が認められる．この層状構造全体を外衣といい，これより内方の層状構造をなさない部分を内体という．外衣・内体の構造のほかに，シュート頂にはシュート頂を構成する細胞の性質の相違から，つぎの 3 つの区域が区別されることが多い．これを細胞組織帯という．シュート頂の最も先端の区域を中央帯といい，

中央帯をとりかこむ区域を周辺分裂組織といい，中央帯の下にあって，周辺分裂組織にとりかこまれた区域を髄状分裂組織という。

細胞組織帯のうち，とくに中央帯が注目される．この細胞は大きく球状に近く，細胞の内容の染色性が低く液胞が多い．とりわけ分裂頻度の低いことは，この部分が分裂組織の中心部にあるにもかかわらず分裂組織らしくない性質を示すことを意味している．中央帯をとりかこむ周辺分裂組織の細胞は活発であり，この部分のうち，とくに中央帯に近いところが葉原基の発生する場となる．

シュート頂は栄養期から生殖期に転換するとき，つまり花芽が形成される時かなり大きな変化をおこす．栄養期の外衣・内体の細胞配列や細胞組織帯の構造はこの転換期に順次失われ，シュート頂の表層に数層の細胞層をもつようになる．この部分の細胞は細胞層を密にもっていて，活発に細胞分裂を行うようになる．花芽の形成のときには，生殖シュート頂をもち，通常はガク片の原基，花弁の原基，心皮の原基の順に花葉の原基をつくる．そして，心皮の原基を作り終わるとき，その生殖シュート頂自体も分裂組織ではなくなり，心皮の組織となって消滅する⁴⁾．

花芽については図2に示すような生長点の概略図と説明がある⁴⁾．茎頂の断面図（図2 A）を見ると，先端は丸くドーム状になった細胞とその側方の小さな葉ができつつある部分とに分けることができ，丸くドーム状になっている細胞がしだいに分裂しながら葉を形成したり，茎を形成したりしていることが理解できる．もう少し立体的に表したものが同図Bであり，この図では栄養生殖

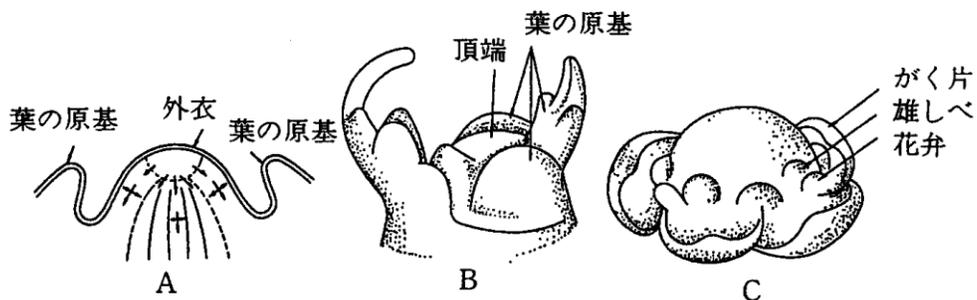


図2 生長点の図 A. 断面図，B. 立体図，C. 花の原基（Fahn 原図）（賀来章輔他『植物の生長と発育』共立出版より引用）

の状態を表し、つぎつぎと葉が形成されていく。一方、同図Cでは花芽形成期の初期の頂端部が示されている。花芽の形成は中心部よりはずれた部分、すなわち葉の原基が生育している部分が花の原基に変化したもので、葉の形成場所と花の形成場所とはわずかではあるが、頂端部でずれを示している。外側からガク片、花卉、おしべの順で形成されていく。

5. 細胞配置と5弁の可能性

1996年度のノーベル化学賞は、サッカーボールの形をした分子 C_{60} の発見に贈られた。フラーレン C_{60} の分子模型とサッカーボールを図3に示しておく。炭素原子は多面体の頂点に位置している。五角形の面が12、六角形の面が20あって、1つの五角形を5つの六角形が囲んでいる。これは準正32面体として知られているもので、頂点の数が60個あるのだ。数学的に興味深いことは、オイラーの公式によると、60個の原子からなるグラフィットのシートを曲げて閉じた球をつくることはできないということだ。身近な例では各要素が六角形の金網を丸めても球にはできないということだ。これはオイラーの多面体定理で容易に証明される。オイラーの多面体定理とは多面体の頂点の数を V 、面の数を F 、辺の数を E とすると、これらには次の関係が成り立つことである。

$$V + F = E + 2$$

すべての面が六角形であるとして矛盾を導き出すことで証明できるが詳細は省略する。フラーレン C_{60} の研究が急速に進むにつれて、 C_{60} より多い炭素数でサッカーボールに似た構造を持つものや多重構造になったもの、あるいは炭素原子がチューブ状になった「カーボン・ナノチューブ」などが次々に発見

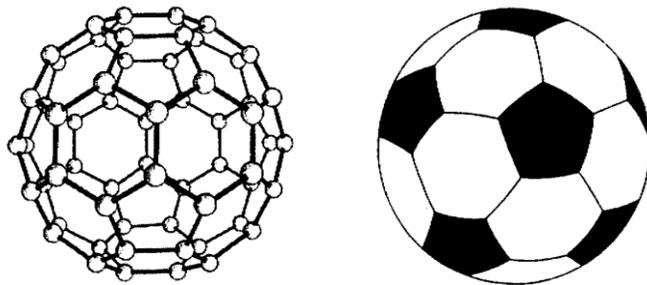


図3 C_{60} の分子模型とサッカーボール

されている。C₆₀と同じ直径のフラレンが長くなった場合、C₅₀₀で長さが約61Åになる。ナノチューブの大きな特徴は7員環を含むものが発見されたことである。5員環がフラレンを球状に閉じさせるのに対して、7員環は逆にフラレンを広げる性質をもつ。7員環は、鞍状の曲面（負の曲面率）に発生する。

茎の先端は丸くドーム状になる。丸くドーム状になったときの先端の細胞群はどのように配置するのであろうか。フラレンの発展としてのカーボン・ナノチューブは細長いチューブ状になっていて植物の茎を連想させる。ナノチューブの先端は凸になっていて5員環が存在する。茎はナノチューブと類似するのではないだろうか。これが私の推測である。

1個の細胞が1枚の花弁になるわけではない。数千数万の細胞が1枚の花弁を形成して行くが、ここではそれらを細胞群としておこう。茎頂に存在する細胞群の配置が花の形成、形態に関係しているのは事実である。配置がキーとなると、その配置はどのように進行するのか、そして最適配置とは何であるのか。このように考えると、5弁を選択するのは植物にとって難しいことではなく、4弁の選択こそ不安定で難しいのではないかという予感がしてならない。

細胞群の配置についてモデルを考えてみよう⁽⁵⁾。茎頂細胞群を球体（または六角形）と仮定してもよいだろう。まず常識的に考えられるのは平面を正六角形で被うことが最適であるということだ。円板（たとえば硬貨）の六角形状充填は正方形形状充填よりも隙間が狭い。10円硬貨を並べるとき、図4(1)のように六角形を想定して並べるともっとも隙間を狭く並べることができるが、図4

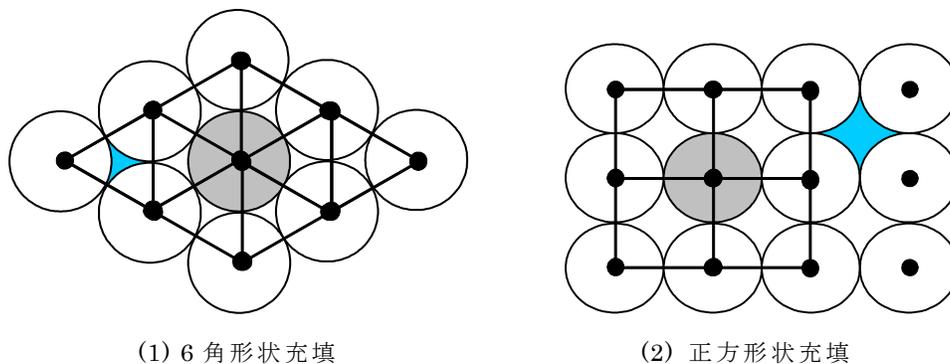


図4 円の稠密充填

(2)のように正方形を想定して並べると隙間が大きくて硬貨が移動しやすい。この理由で六角形状充填が最適配置である。これに関連してミツバチの巣や雪の結晶が正六角形であることはよく知られている。ところが花卉は6枚を選択せず5枚を選択しているのである。

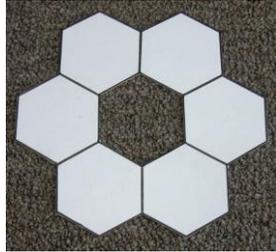
そこで私はつぎのような細胞群配置のモデルを作ってみた。まず1つの六角形のまわりに6個の六角形を並べた。1個の六角形は細胞の塊、細胞群とする。この配置は前にみた「六角形状充填」に相当し、図5(1)のように同一平面上に並んでいる。つぎに、周囲の六角形を1個減らして5個にすると、図5(2)のように腕を逆さまにしたように上に凸なフォルムを取るようになる。もし、六角形を1個増やして7個にすると、下に凸なフォルムになるのではと想像されるが、実際は波をうったような鞍形になる。これらは何を物語っているかというところ、中心部に対する周辺部の拡張速度の大小によって、平面は腕や鞍のフォルムに変っていくことを示している。こういう変形が生じるのは空間の性質によるのである。中心部の生長速度が大きくなると丸形でドーム状になり、周辺部の生長速度が大きくなると鞍形になる。シュート頂(茎頂)は生長点であるから、中心部の細胞活動がもっとも盛んであり、形はドーム状で先端に向かって凸になっている。

茎頂の形がドーム状で丸みを帯びているとすると、細胞群の配置は図5(2)に示した状態が想像できる。五角形のまわりに六角形が5個、つまり5つの細胞群が茎を中心に配置されるのだ。これら5つの細胞群はガク片になり、花卉になり、雄しべになり、子房になるのだ。このようにして5弁の可能性が示されたことになる。逆に、茎頂の形が鞍形であるとすると7弁の可能性も考えられるが、鞍形は不自然で不安定な形である。また中央部より周辺部の成長速度が大きいとは考えにくいので、7弁の可能性は極めて少ないことが想像できる。

6弁の可能性は、茎頂の形が平坦であることだ。もし茎頂が平坦であるなら、細胞群の配置は図5(1)のように茎を中心に6つの細胞群が配置されることになっていて、6弁の可能性がでてくる。しかし茎頂は成長点であるから形が平坦ということは不自然である。したがって6弁の可能性は5弁より小さい。

4弁の可能性は、茎頂の細胞群の配置が、図4(2)の正方形形状充填になること

だ．正方形状充填は六角形状充填より充填度は低い，植物細胞が動物細胞より可変性が小さいことを考えるとこのような配置も不可能ではない．正方形状



(1) 6 個の正六角形



(2) 5 個の正六角形

図 5 細胞群配置のモデル

充填として茎が形成され，茎頂細胞群もそのように配置されているなら，そのうちの 1 つを茎と仮定すると，そのまわりには 4 つの隣接する細胞群があるので 4 弁の花となるであろう．いずれにしても，茎頂の形が凸状であることから 5 弁の可能性を推論したことは大きくは間違っていないと思う．

植物と動物とヒトの関係を連想させるものとして，ギリシャ神話にダブネの像がある．ダブネの腕は指先から枝に変わり葉に変わり，全身が 1 本の月桂樹と化す．この不思議な像も私にとっては決して不思議には見えない．動物も植物もヒトも同じに思えるのだ．人間の腕，手，指を植物の茎，枝，葉や花に対応づけることができる．人間の腕は植物の茎であり，手は枝であり，指は葉であり花びらである．指の数が 5 本であるように，5 弁の花を両手に持っていることになる．これらは発生学的にとらえると決してでたらめな説明でもない⁽⁶⁾．

参考文献

- (1) 牧野富太郎『改訂増補・牧野・新日本植物図鑑』北隆館，1989
 - (2) 原襄『植物形態学』朝倉書店，1994
 - (3) 原襄『植物の形態（増訂版）』裳華房，1984
 - (4) 賀来章輔他『植物の生長と発育』共立出版，1982
 - (5) S. ヒルデブランド他，小川泰他訳『形の法則』東京化学同人，1994
 - (6) 西山豊『自然界にひそむ「5」の謎』筑摩書房，1999
- 初出「花びらの数理」『数理科学』サイエンス社，2004. 8