バーコード

西山豊

1. これをどう読む

商品のどこかにバーコードが貼り付けられてあるのを知っているだろう．これはバーコードの中に企業や商品コードなど商品に関する情報が入っていて，それを瞬時に読み取ることによってレジの人たちの負担を小さくするためのものである．ＰＯＳシステム（Point of Sale：販売時点）にバーコードは無くてはならないものである．

バーコードは白と黒の縞模様でできているが，これはどのようなしくみになっているのか知っているだろうか．実は個数の処理で学ぶ順列や組合せと深く関係している．数学が製品や技術に応用されているのだ．

普通のバーコードは全部で13桁の数字でできている．左から2桁の各国コード（日本の場合は49），5桁の企業コード，5桁の商品コード，1桁のチェック・ディジットとなっている．図1の例では，各国コードが49，企業コードが01306，商品コードが04282，チェック・ディジットが3である．

バーコードは白と黒の縞模様でできている．太い線や細い線があるが，その組合せで数字ができている．バーコードの下にある数字は人間が読めるようにした確認のための数字で，機械はこの数字を読まない．企業コードと商品コードが読み込まれると，コンピュータにつながっているデータベースから対応する値段が引き出され表示するようになっている．バーコードに直接，値段を入れたものもある．

ところで，このバーコードの縞模様がどのような仕組みになっているか考えたことがあるだろうか？バーコードを虫眼鏡でみて拡大してみると図2のようになる．たとえば3という数字は白が1つ，黒が4つ，白が1つ，黒が1つの縞模様でなり，4という数字は白が2つ，黒が3つ，白が1つ，黒が1つの縞模様でなりたっている．

ひとつの数字は7つの幅（7モジュールとよんでいる）で，白＋黒＋白＋黒の縞模様でできている．それらの幅を a, b, c, d として，数式で表すと，$a+b+c+d=7$ を満たす整数解を $1 \leqq a,b,c,d \leqq 4$ という条件で解くという問題になる．

4 901306 042823

図1. バーコード

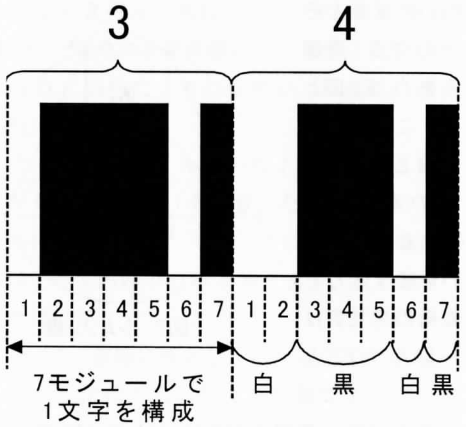


図2. シンボルの構成

2. 数え上げの方法

7モジュールで1つの数字をあらわしていると説明したが，それでは7モジュールで何通りの文字が表現できるかを考えてみよう．

これは高校数学Aでは，場合の数と確率の章で順列・組合せの中であつかう，応用編としての‘重複組合せ’の公式を使えば，たやすく求められるが，公式はいつも覚えているとは限らないので，復習をかねてまったく知識のないゼロの状態から考えてみるということにしよう．

公式をすべて忘れてしまった場合はどうするか．その場合は仕方なく，起こりうる場合をすべて書き上げる方法しかない．数え上げによる樹形図を図3に示す．これだって，簡単なように見えるが系統だって整理しながら書き上げないと落ちこぼしが出るものだ．書き上げる方法は7モジュールが限度のようである．8モジュール，9モジュールで白，黒，白，黒のパターンが何通りあるか書き上げるのはほとんどお手上げである．

重複組合せに行く前に順列と組合せの復習をしておこう．

> 問1. 10人の中から3人を選んで並べる方法は何通りあるか．

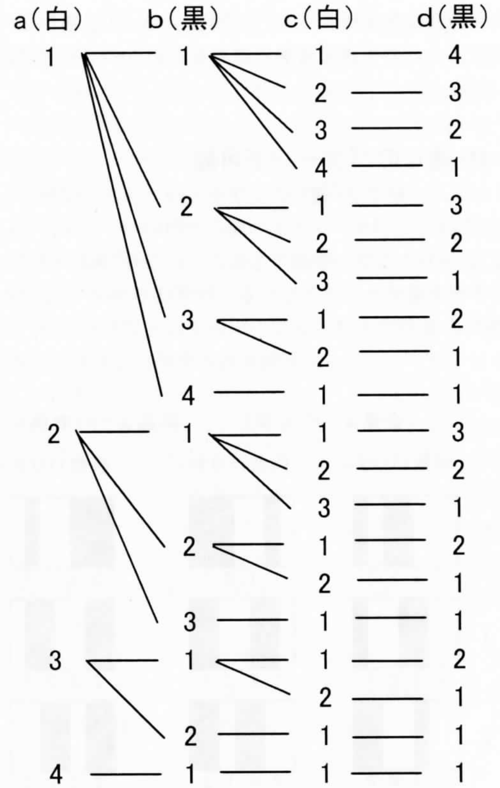


図3. 樹形図

最初に選べるのは10通りで，次に選べるのは1人減った9人の中から選び，そして次に8人の中から選ぶから，

$10 \times 9 \times 8 = 720$ 通り

となる．これは階乗の式であらわし，さらに順列の公式であらわすなら，

$10 \times 9 \times 8 = \frac{10 \times 9 \times \cdots \times 1}{7 \times 6 \times \cdots \times 1} = \frac{10!}{7!} = \frac{10!}{(10-3)!} = {}_{10}P_3$ となる．一般に，n 個の中から r 個取り出して並べる方法は全部で，

${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ 通り

である．

> 問2. 10人の中から3人を選ぶ組合せは何通りあるか．

これは問1．で得た10人の中から3人を選んで並べた順列 ${}_{10}P_3$ の結果が使える．選んだ3人に順番がつけられているのが順列であるが，ただ選ぶだけであったら順番が問題にならないから，3人の順序の組合せ3!通りが，それぞれにおいて重複しているから，順列 ${}_{10}P_3$ を3!で割ったものが組合せとなる．つまり，

$\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$ 通り

となる．これを階乗の式であらわし，さらに組合せの公式であらわすなら，

$\frac{{}_{10}P_3}{3!} = \frac{10!}{(10-3)!3!} = {}_{10}C_3$

となる．一般に，n 個の中から r 個取り出す組合せは全部で，

${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ 通り

である．

3. 重複順列と重複組合せ

以上は高校数学で学ぶ基本事項になっているが，順列と組合せにはそれぞれ重複順列と重複組合せというものがある．つまり重複を許して順列や組合せを求めよというものである．教科書によっては学ぶべき基礎事項として入っているものと発展課題として説明にとどめているものがあるが，今回のバーコードは重複組合せの問題であるので，詳しく述べてみたい．

まず重複順列について考えてみよう．

> 問3. 10人の中から重複を許して3人選んで並べる方法は何通りあるか．

人間が重複するのが想像しがたいようだったら，3回の抽選があって，全員が毎回，抽選に参加できるとすればいいだろう．毎回選ばれる可能性は10人の中からであるので，

$10 \times 10 \times 10 = 10^3 = 1000$ 通り

となる．

一般に，n 個の中から重複を許して r 個選んで並べる方法は全部で n^r 通りある．

> 問4. 10人の中から重複を許して3人選ぶ組合せは何通りあるか．

たとえば3人の内訳を3番目の人が2回，8番目の人が1回という選び方とすると，図4のような道筋が考えられる．こうすると，10人の中から重複を許して3人選ぶ選び方と，SからGまで行く道筋の方法が一致する．SからGまでの道筋は $(10-1)+3=12$ 行程あり，この中から上向き矢印の3行程または右向き矢印の9行程を，どの段階で行うのかの問題となる．つまり，

${}_{12}C_3 = {}_{12}C_9 = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220$ 通り

となる．

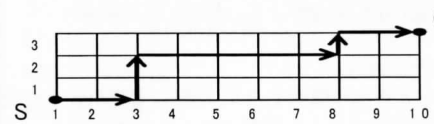
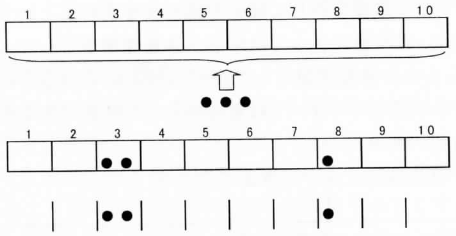


図4. SからGへの経路は何通りあるか？

図4の最下行に記入した数字の位置に注意すること．数字は格子の延長線上にあるため1から10までの幅は9である．特に$(10-1)+3=12$の理解が大切なので，別の方法による説明を行う．

問4は1〜10の番号のついた箱に3個の区別のつかない玉を入れる問題となる．図5の例では3の箱に2個，8の箱に1個入っているとする．箱の外枠をはずすと，仕切りが9個となる．仕切り9個と玉が3個の合計12個の配置で玉3個の位置か，仕切り9個の位置を決める組合せの問題となり，

${}_{12}C_3={}_{12}C_9=220$ 通りを得る．



5. 重複組合せ（別解）

一般に，n 人の中から重複を許して r 回選ぶ組合せは，

$${}_nH_r={}_{n+r-1}C_r=\frac{(n+r-1)!}{(n-1)!r!} \text{ 通り}$$

となる．重複組合せの記号を ${}_nH_r$ で表すことがある．

以上で準備は終わった．バーコードの組合せを考えてみよう．バーコードは7モジュールで1文字が構成される．1文字は白＋黒＋白＋黒のパターンでできている．そこで，左から順番に白，黒，白，黒の幅を a, b, c, d モジュールとすると，

$$a+b+c+d=7$$

の整数解を求める問題となる．ただし，白黒の幅は少なくとも1モジュールが必要であるので，必然的に最大モジュールの大きさがきまる．最大モジュールは4となり，数式で表せば

$$1 \leqq a, b, c, d \leqq 4$$

という条件で解くことになる．

最低の1モジュールを a, b, c, d から引くと結局は残り $7-(1+1+1+1)=7-4=3$ モジュールを選ぶ問題となる．この3モジュールを a, b, c, d 4種類の中から重複を許して選ぶ組合せは全部で何通りあるかという問題で，重複組合せの公式より，

$${}_4H_3={}_{4+3-1}C_3={}_6C_3=\frac{6!}{(6-3)!3!}=20 \text{ 通り}$$

となる．

図2のシンボルの構成をみて，即座に重複組合せの公式が適用でき以上のような計算ができれば申し分ないのだが，公式を間違わずに覚えているというのは少ないのではないだろうか．そして，間違わずに解答するために，重複組合せの公式を使わずに，図3で示したように，樹形図による数え上げの方法で着実に求めるというのが普通ではないだろうか．

4. 40通りのパターンが可能

7モジュールで20通りの文字が表現できると説明したが，白黒白黒のパターンと逆の黒白黒白のパターンについても20通りの文字が表現できることになり，合計40通りの文字が表現できることになる．数字は0から9までの10個であるので4倍も必要ないのではと思われるが，このゆとりはバーコードの誤読を防ぐために使われている．

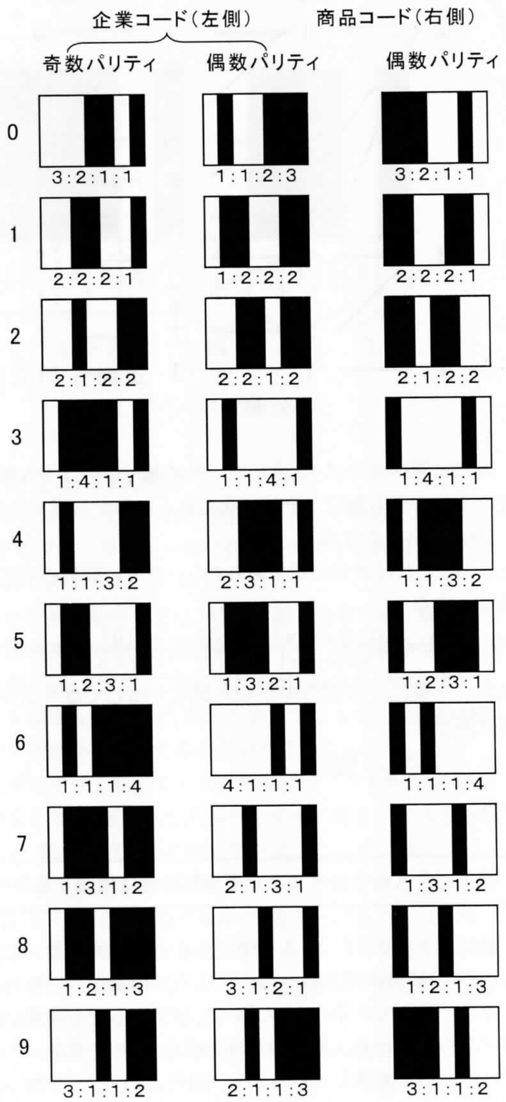


図6. 数字とパターンの対応表

黒のモジュール数の合計が奇数の場合を奇数パリティ，偶数の場合は偶数パリティと呼んでいる．企業コード（左側）は奇数パリティと偶数パリティの2種類のパターンが，商品コード（右側）は偶数パリティのパターンのみが使われている．たとえば，同じ数字の3でも白(1)黒(4)白(1)黒(1)の場合は黒が合計5モジュールであるので奇数パリティ，白(1)黒(1)白(4)黒(1)の場合は黒が合計2モジュールであるので偶数パリティとなる．JIS規格の資料をもとに30通りのパターンを示すと図6のようになる．

また，企業コード（左側）は白黒白黒のパターンで商品コード（右側）は黒白黒白のパターンとなっているが，これはスキャナーで読み込まれる際に，両方向から読まれることに関係しているように思える．

1文字をあらわす幅が7モジュールであれば20通りの組合せができる．6モジュールであれば10通りの組合せである．これは樹形図を描いてもそれほど時間がかからない．しかし，1文字をあらわすのに8モジュールなら何通りあるのかという問題を解くなら，これはやはり公式に頼らざるを得ない．公式は受験生を苦しめるためのものではない．書き上げに相当の時間がかかるのをなくすためにあるのである．

公式を忘れたり，うろ覚えであったりするなら，問1〜問4で示したように，順列，組合せ，重複順列，重複組合せの公式を導入した過程を思い出せばよい．

8モジュールの場合は，

$$a+b+c+d=8$$

の整数解を

$$1 \leqq a, b, c, d \leqq 5$$

の条件で解くことになる．a, b, c, d は最低1モジュール必要だから，残り $8-1\times4=4$ モジュールを

a, b, c, d の中から選ぶ重複組合せとなる．つまり，

$${}_4H_4={}_{4+4-1}C_4={}_7C_4=\frac{7!}{(7-4)!4!}=35 \text{ 通り}$$

となる．また，白黒白黒と黒白黒白のパターンを考えると70通りとなる．

バーコードの13桁目はチェック・ディジットの桁である．各国コード（2桁），企業コード（5桁），商品コード（5桁）の合計12桁が正しく読み込まれているかを確認するためのもので，数値としての意味はない．チェックの方法はモジュラス10などが用いられているが，誌面の都合上，説明は別の機会としたい．

参考文献

(1) 西山豊『サイエンスの香り』日本評論社，1991，p1〜p9「バーコード・シンボル」

(2) 日本規格協会「共通商品コード用バーコードシンボル，JIS X 0501」1985年改正

（にしやまゆたか／大阪経済大学）