

数学を楽しむ

# 自然界にひそむ「5」

## 1. 難しい正5角形の作図

読者は正5角形の作図が意外と難しいのを知っていることと思う。数学という作図とは分度器を使わず定規とコンパスだけで描くことをいい、ガウスが正17角形の作図が可能であることを証明したのは有名であるが、辺の長さが四則演算と根号だけで表せるならどんな図形も作図できるのである。正5角形の作図法にはよく知られている方法が何通りかあるが、私が知っているもっともエレガントな作図法を図1に紹介しておく。

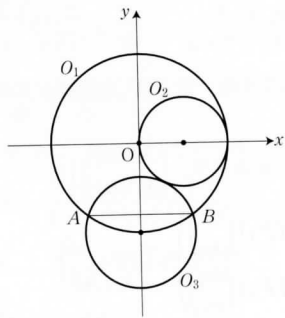


図1. エレガントな正5角形の作図法

まず  $xy$  座標軸の原点  $O$  を中心に円  $O_1$  を描く。つぎに  $x$  軸上に中心があり半径が半分の円  $O_2$  を円  $O_1$  に内接するように描く。そして  $y$  軸上に中心があり、円  $O_2$  に外接するように円  $O_3$  を描く。このとき円  $O_3$  と円  $O_1$  の交点を  $A, B$  とすると、 $AB$  の長さが正5角形の1辺となる。この長さを円  $O_1$  の円周上にとれば正5角形になる。

円を3つ描くだけで作図できる簡潔でエレガントな作図法である。興味のある読者は、これが正5角形に

なることを確かめよ。

私は小さい頃から数学が好きであったので、他人より必要以上に正5角形に関心を持っていた。ずいぶん昔になるが、1980年ごろ家族で海水浴に出かけたとき子供がハスノハカシパンという見慣れないものを拾ってきた(図2)。これはヒトデなどの棘皮(きょくひ)動物の仲間一種で、貝殻の上にヒトデがのっているようなものである。ヒトから見れば下等動物がどうしても簡単に正5角形を描いてしまうのが不思議に思えてしかたがなかった。

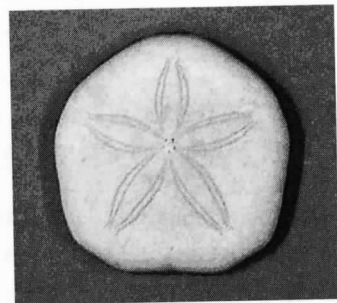


図2. ハスノハカシパン(直径は約3センチ)

周知のようにウニ、ヒトデ、ナマコなどの棘皮動物は、皮膚には骨板があり特有の水管系をもち5放射相称である。5放射相称とは5角形でかつ回転対称ということである。ヒトデの腕は強い再生力をもっていて5本のうち1本を失ってもすぐ5本になる。さらに驚くべきことには1本だけからも他の4本を再生して、もとの完全な5本にもどることが知られている。ところが肝心のヒトデの腕が5本である理由は今のところ明快な説明はなされていない。

## 2. キクも5弁花?!

ウニやヒトデの「5」は動物だけでなく植物の中にも見ることができる。『植物の図鑑』(小学館)で調べてみると5弁の花が目立つ。春の花としてはシクラメン、サンシキスマレ、カスミソウ、ウメ、サクラ、ツツジ、モモなどが、夏の花としてはアサガオ、キョウチクトウ、サンゴジュなどが、秋の花としてはフヨウ、キキョウ、ニチニチソウ、ナデシコ、リンドウなどが5枚の花を咲かせる。また作物としてはスイカ、メロン、ナシ、リンゴの花びらが5枚である。もちろん花弁が5枚以外の花もある。カラーの花びらは1枚であり、アヤメは3枚だし、ジンチョウゲ、ハナミズキ、キンモクセイは4枚、ユリ、スイセン、ランは6枚である。ただし、カラーが1枚の花びらのように見えるが、正確には包(ほう)と呼ばれるもので花は別のところにある。

牧野富太郎『改訂増補・牧野・新日本植物図鑑』(北隆館)を参考にして、種子植物門の219科について花弁数で分類すると表1になる。集計にあたって花弁がなくてもガク片や包(ほう)などで数えられるものは花弁数に含めた。219科のうち3~6弁だけを取り出して集計してみると科の数は159科あり、5弁のものは84科で52.8%といちばん多いことがわかった。

弁数	科数	百分比
0弁	38	17.4%
1弁	2	0.9%
2弁	6	2.7%
3弁	13	5.9%
4弁	38	17.4%
5弁	84	38.4%
6弁	24	11.0%
多弁	7	3.2%
不明	7	3.2%
計	219	100.0%

表1 花弁数による分類(西山が作成)

私たちの身近な花といえばキクである。キク科の代表的な花は春のタンポポ、夏のヒマワリ、秋のコスモスで私たちに親しまれている。『植物の図鑑』(掲掲)によれば全体が1495種の中でキク科は135種といちばん多く、比率でいえば9パーセントを占めている。このキク科の花弁についても実は5弁であることが意外と知られていない。植物学に興味のある読者なら常識かもしれないが、

キク科の花は舌状花(ぜつじょうか)と管状花(かんじょうか)で構成される。周辺部にあるのが舌状花であり、中央部にあるのが管状花である。舌状花は癒合(ゆごう)した5花弁からなる。もともとは5枚であったが、4枚が退化して1枚だけが残る舌状になっている。また中央部の管状花は小さな花が数百個ぎっしりつまった集合花でそれらはすべて5弁である。

キク科のコスモスの花弁は8枚であるかのように見えるが実際は8個の花である。8個の舌状花からなり、そのひとつひとつは退化した5花弁である。私は公園に咲くコスモスを1本取ってルーペ(倍率が10倍から15倍)で管状花を観察してみた。ぎっしりと小花が集合しているが、その小花の先はひとつひとつが5つに裂けている。先が尖っているのでキキョウの花のようにも見えるが、あきらかに5弁であった。キク科は上の分類ではキキョウ目に属し、キクとキキョウの関係が理解できる。

## 3. 花そして花芽

花びらはどうして5枚のものが多いのだろうか。ここでは、まず植物の概要について説明しよう。

植物の器官には根と茎と葉がある。根は植物の地下にあって植物を支え、水や無機塩類の吸収を行い、物質を通す道となっている。茎は植物の地上にあって地上部を支え、物質を通す道となっている。葉は茎のまわりに規則的に配列し平らな形をしていて光合成に関係し、植物と外界とのあいだの二酸化炭素  $CO_2$ 、酸素  $O_2$  の交換や蒸散を積極的に行う。

1本の茎と、そのまわりに規則的に配列する複数の葉からなる単位を植物学上はシュート(shoot)という。いわゆる枝がその一例である。そして花はシュートの先端にできるのである。

多くの植物の花はガク片、花弁、おしべ、めしべからなる。1枚のガク片、1枚の花弁、1本のおしべは、それぞれ変形した葉と考えることができる。めしべの数は1つであるが、これは1枚から数枚の葉に相当するもの(心皮)が合着してできると考えることができる。結局、1つの花は短い茎に数種類の変形した多数の葉が規則的に配列したものとみなすことができる。図3は原襄『植物形態学』を参考に花を説明したものである。

花はシュート(茎)の先端にできる。生物の教科書では、生長点という言葉はおもに根の先端について説明

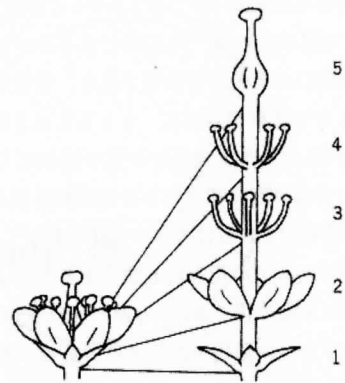


図3 花を一つのシュートとみなすときの解釈  
(1. ガク片, 2. 花弁, 3, 4. おしべ, 5. めしべ)  
(原襄『植物形態学』朝倉書店より引用)

されるが、茎の先端も生長点である。生長点は細胞分裂が活発に行われる場所で、花びらの5枚ができるのも、シュート頂(茎頂とも言う)つまり生長点である。生長点の概略を賀来章輔他『植物の生長と発育』より図4に示す。

茎頂の立体図(同図(1))を見ると、先端は丸くドーム状になった細胞(頂端)とその側方の小さな葉ができてつづつある部分(葉の原基)とに分けることができる。この丸くドーム状になっている細胞がしだいに分裂しながら花を形成していく。同図(2)では花の原基である花芽(かが)が形成される初期の頂端部が示されている。花芽の形成は中心部よりはずれた部分で、葉の原基が花の原基に変化したものと理解され、外側からガク片、花弁、おしべの順で形成されていく。

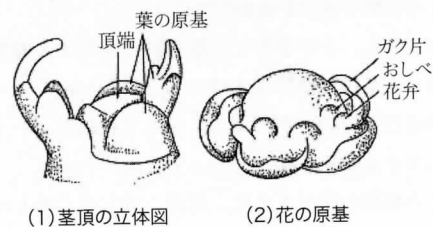


図4. 生長点の図  
(賀来章輔他『植物の生長と発育』共立出版を参考に作成)

#### 4. 細胞配置と5弁の可能性

花芽ができる場所は茎頂であり、茎頂は丸くドーム状になっていると説明してきたが、ではなぜドーム状になっていると花びらの数が5枚になるのかを考えてみよう。植物の器官の形を決めるのは基本的には細胞

である。ただし、1つの細胞が1枚の花びらになるわけではなく、細胞がたくさん集まり、それらが花びらになっているので、ここでは細胞とわず細胞群という言葉で以下、説明する。

細胞群の配置について数理モデルを考えてみよう。茎頂にある細胞群を球と仮定して平面を充填する問題を考えてみる。これには六角形状充填と正方形形状充填が考えられる(図5)。たとえば10円硬貨を使って試してみると、六角形状に並べた方が正方形に並べた方より隙間は小さく自然である。同図(2)のように正方形を想定して並べると隙間が大きくて硬貨が移動しやすい。

この理由で平面では六角形状充填が最適配置であり、ミツバチの巣や雪の結晶が正六角形である理由はここから導かれる。ところが、この説明では4枚より6枚の方がよいというだけであって、肝心の花びらが5枚である説明にはなっていない。

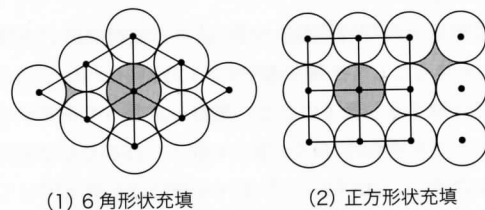


図5 円の稠密充填  
(S. ヒルデブラント他『形の法則』東京化学同人を参考に作成)

そこで、もういちど花芽が形成されるシュートの先端(茎頂)は平面ではなくドーム状に(丸く)なっていることを思い出して欲しい。細胞群を平面に並べるモデルではだめで、ドーム状に並べる問題として考えなければならない。

私はつぎのような細胞群配置のモデルを作ってみた。まず1つの六角形のまわりに6個の六角形を並べた。この配置は前にみた「六角形状充填」に相当し、図6(1)のように同一平面上に並んでいる。つぎに、周囲の六角形を1個減らして5個にすると、図6(2)のように腕

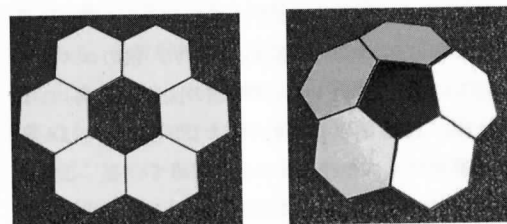


図6 細胞群配置のモデル  
(1)六角形状配置 (2)五角形状配置

(わん)を逆さまにしたように上に凸なフォルムを取るようになる。平面ではなく立体となり茎頂がドーム状であることをよく表現している。ここに始めて5弁の可能性がでてくる。

五角形のまわりに六角形が5個、つまり5つの細胞群が茎を中心に配置されると考える。これら5つの細胞群はガク片になり、花弁になり、おしべになり、子房になる。このようにして5弁の可能性が示されたことになる。

6弁の可能性はどうだろうか。それは茎頂がドーム状ではなく平坦であることだろう。平坦なら細胞群の配置は図6(1)のように茎を中心に6つの細胞群が配置されることになっていて、6弁の可能性がでてくる。しかし茎頂は生長点であるから形が平坦ということは不自然である。つまり6弁の可能性は5弁の可能性より小さいということになる。

4弁の可能性はどうだろうか。茎頂の細胞群の配置が、図5(2)の正方形形状充填であれば、4弁の可能性もある。植物細胞が動物細胞より可変性が小さいことを考えるとこのような配置も不可能ではない。

以上をまとめると、数理モデルの可能性は、立体で考えた五角形状配置が平面で考えた六角形状充填や六角形状充填より大きいこととなる。このことは表1で示した5弁の比率が大きいことと符合している。

#### 5. 森羅万象にひそむ「5」

ヒトの腕はなぜ5本なのか、花びらはなぜ5枚が多いのかを考えてきたが、ヒトの指はなぜ5本なのだろうか。生物学のどの教科書にも、このような疑問はおろか説明も見つけることはできない。それは現在の生物学の主流がDNAなどの分子生物学に関心があるからだ。5本指を決定する遺伝子を見つけることが課題になるのだろうか。遺伝子をいくらさがしても「5」は見つからないと私は思うのだが。

『ムーア人体発生学(原著第6版)』(医歯薬出版)には、受精、着床から固有の形態や機能を備えた器官へと変わっていくメカニズムが詳しく説明されている。ヒトの指は最初から5本指として存在するのではなく、肢芽細胞(四肢ができる部分のふくらみ)から徐々に手指ができていくことが図解入りで説明されている。ヒトの5本指ができる過程は、植物における5弁と同じようなものであることが想像できる。つまり生長点と

いう立場で見ればヒトの指も花びらも同じであるのだ。

動物と植物とヒトの関係を連想させるものとして、ギリシャ神話にダブネの像がある。ダブネの腕は指先から枝に変わり葉に変わり、全身が1本の月桂樹と化す。この不思議な像も私には不思議に見えない。動物も植物もヒトも同じに思え、人間の腕、手、指を植物の茎、枝、葉や花に対応づけると、人間の腕は植物の茎であり、手は枝であり、指は葉であり花びらである。

花びらは5枚のものが多いが、それを中心にして4枚のものや6枚のものが分布している。桜や梅の花びらは5枚として知られているが、すべてが5枚ではない。私の調査では梅の花びらは5枚が8割で6枚以上が2割あり、桜の花びらは5枚が9割で4枚以下が1割あった。このことは「5」という数が遺伝子に組み込まれているのではなく、生長点の細胞群の配置によって5を中心に4または6になるという、茎頂の環境(または場)が枚数を決めるという後成説の立場が成り立つように思える。

最後に、私の関心事をダイアグラムで整理すると図7のようになる。そして、中国古代に起源をおく陰陽五行思想となんらかの関係があるのではないかと考えている。五感、五穀、五味、五臟六腑、五色、五重塔、函館五稜郭、五十音図、五線譜に五音階、五言絶句、俳句の五七五、短歌の五七五七七など辞書の中に五のつく単語を見つけることは容易である。これらの五は人間が勝手に分類した数ではなく深いところで自然界の神秘とつながっているのではと考えている。

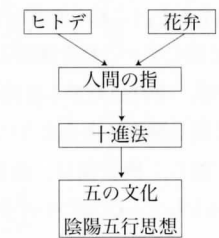


図7 森羅万象にひそむ「5」

#### 参考文献

- (1) 西山豊『自然界にひそむ「5」の謎』筑摩書房、1999年
- (2) Yutaka Nishiyama, Why Is a Flower Five-Petaled? Journal of Science Education and Technology, Vol.13, No.1, April 2004, 107-114, Kluwer Academic Publisher

(にしやま ゆたか/大阪経済大学)