い切断 $s \otimes \lambda$ が存在する場合には，$\Gamma(E,\ P,\ \mathcal{E})$ を単に $\Gamma(E,\ P)$ と表す．

ここで，(＊) は $\mathcal{E}$ の任意の元について可能であるとは限らないことに注意しておこう．例えば，$M = \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ のとき，$(p,\ x) = (r\cos\theta,\ r\sin\theta) \in M$ として，シンプレクティック形式が面積要素 $\omega = dp \wedge dx = rdr \wedge d\theta$ に等しくなる極座標 $(r,\ \theta) \in P$ をとる．そして，実極分解 P を

$$P = \left\{\left(r,\ \theta,\ c\frac{\partial}{\partial\theta}\right) \middle| (r,\ \theta) \in M,\ c \in \mathbb{C}\right\}$$

と選び，これが生成する葉層 $\mathcal{F}$ を各葉を

$$L_r = \{(r,\ \theta) | 0 \leqq \theta < 2\pi\}$$

として $\mathcal{F} = \{L_r | r > 0\}$ と選ぶと，$q = \frac{1}{2}(pdx - xdp) = r^2 d\theta/2$ となる座標で (＊) を満たす C^∞ 切断

$$\psi = e^{r^2\theta/2i} \otimes \phi(r)\sqrt{dr}$$

は，次の量子条件を満たす部分集合 $\mathcal{E}_0$ でしか成り立たない．

$$\mathcal{E}_0 = \left\{L_r \middle| \pi r^2 = n - \frac{1}{2},\ n \in \mathbb{N}\right\}.$$

これは，半古典論における修正ボーア - ゾンマーフェルト (Bohr-Sommerfeld) 条件を表し，この修正項 1/2 が正しく表れるように H_P は定義される．

以下では $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0$ とできる場合を考えよう．$A^{N+k}E$ が $\mathcal{E}$ の測度を与えることに注意し，任意の 2 つの元 $\psi_1 = s_1 \otimes \lambda_1$，$\psi_2 = s_2 \otimes \lambda_2$，$\in \Gamma(E,\ P)$ について，内積を

$$\langle \psi_2 | \psi_1 \rangle = \int_{\mathcal{E}} \langle s_2,\ s_1 \rangle \mu(\lambda_1 \otimes \bar{\lambda}_2)$$

により定義する．そして，この内積により定義されるノルム $\|\ \|^2$ について $\Gamma(E,\ P)$ を完備化したものを $\bar{\Gamma}(E,\ P)$ により表す．すなわち，任意の $\psi = s \otimes \lambda \in \bar{\Gamma}(E,\ P)$ について，

$$\|\psi\|^2 = \int_{\mathcal{E}} \langle s,\ s \rangle \mu(\lambda \otimes \bar{\lambda}).$$

このノルムについて，$\bar{\Gamma}(E,\ P)$ のうち大きさが 1 となる元のなす線形部分空間 $\mathcal{H}(E,\ P) \subset \bar{\Gamma}(E,\ P)$ が量子状態を表すヒルベルト空間を構成する．

たとえば，$M = \mathbb{R}^2$ の場合，$(x,\ p) \in M$ について $\omega = dp \wedge dx$ かつ $q = \frac{1}{2}(pdx - xdp)$ と表されるとき，実分極 P が各葉 $L_x = \{(x,\ p) | p \in \mathbb{R}\}$ について葉層 $\mathcal{F} = \{L_x | x \in \mathbb{R}\}$ を生成するとき，各葉 L_x に沿って p 方向へ共変的に依存しない条件から

$$\psi = e^{ipx/2} \otimes \phi(x)\sqrt{dx} \in \mathcal{H}(E,\ P)$$

と表される．そして，ノルムは

$$\|\psi\|^2 = \int_{\mathbb{R}} \overline{\phi(x)}\phi(x)\,dx$$

で与えられる．とくに，各葉がコンパクトではないので，$q = pdx$ として，$s \otimes \lambda = 1 \otimes \phi(x)\sqrt{dx}$ と表すこともできる．この場合，運動量と位置を表す作用素は，

$$\hat{p} = \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial x},\quad \hat{x} = x.$$

さらに，$(x,\ p) \in M$ について $z = (p + ix)/\sqrt{2}$ かつ $\bar{z} = (p - ix)/\sqrt{2}$ とすると，$\omega = idz \wedge d\bar{z}$ かつ $q = \frac{i}{2}(zd\bar{z} - \bar{z}dz)$ と表されるとき，$L_z = \{(z,\bar{z}) | \bar{z} \in \mathbb{C}\}$ として，$\mathcal{F} = \{L_z | z \in \mathbb{C}\}$ とケーラー分極を構成すると，各葉 L_z に沿って $\bar{z}$ 方向への共変的依存性をもたない条件は

$$\psi = e^{-z\bar{z}/2} \otimes \phi(z)\sqrt{dz}$$

となる．とくに真空状態では $\phi(z) = 1$ となる．また，ノルムは

$$\|\psi\|^2 = \int_{R^2} \overline{\phi\left(\frac{p+ix}{\sqrt{2}}\right)}\phi\left(\frac{p+ix}{\sqrt{2}}\right)e^{-\frac{x^2+p^2}{2}}dp \wedge dx$$

で与えられる．

さて，異なる 2 つの実分極 P_1 と P_2 については，$\Lambda^{N+k}E_{12}$ が $\mathcal{E}_{12}$ の測度を与えることから，任意の $s_1 \otimes \lambda_1 \in \Gamma(E,\ P_1)$ と $s_2 \otimes \lambda_2 \in (E,\ P_2)$ について，

$$\langle s_2 \otimes \lambda_2,\ P_2 | s_1 \otimes \lambda_1,\ P \rangle = \int_{\mathcal{E}_{12}} \langle s_2,\ s_1 \rangle \mu(\lambda_1 \otimes \bar{\lambda}_2)$$

という積 (Blattner-Kostant-Sternberg 核) により，2 つの空間 $\mathcal{H}(E,\ P_1)$ と $\mathcal{H}(E,\ P_2)$ を結びつけることができる．たとえば，$M = \mathbb{R}^2$ の場合，運動量と位置それぞれに沿った分極 P_1 と P_2 を選ぶと，この積により，これらがフーリエ変換を通して結ばれていることを示すことは良い演習となるだろう．

(おの　としひこ／法政大学)

西山　豊

数学を楽しむ

バーンサイドの補題

1. サイコロを 3 色で塗り分ける

ある雑誌に次のような問題を出題したところ，読者からバーンサイドの補題を使った素晴らしい解答が寄せられた．私はバーンサイドの補題を知らなかった．これは，群論の知識が必要で記号に慣れる必要があるが，それほど難しくなく高校生でも理解できるのではないだろうか．

出題はつぎの通りであった．図 1 のように対角線を境に色分けしている正方形がある．この正方形 4 枚を使って 2 × 2 のマス目を埋めるとき，異なったパターンは全部で何通りできるか．ただし，色の対称，回転対称，反転対称などは同じとみなす．

(例)

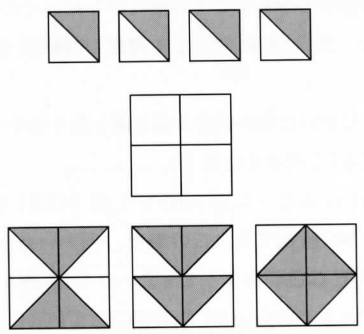

図 1．全部で何通り？

さて，今回はバーンサイドの補題の紹介が目的であるので，よく使われる例題の説明から入ろう．図 2 のようにサイコロがある．このサイコロの 6 面を 3 色で塗り分けた場合，何通りのパターンができるだろうか．

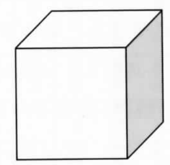

図 2．サイコロを 3 色で塗りわける．

2. 場合分けによる解法

はじめに，場合分けによる一般的な解法を説明しよう．サイコロは正 6 面体であるから，面の数が 6 個ある．そこに 3 色(たとえば青色，黄色，赤色)を塗るとしよう．ひとつの面には 3 色の塗りわけが可能である．そして 6 面がそれぞれ独立しているので全部で

$$3^6 = 729 \text{ 通り}$$

の塗り方があることになる．

これらをすべてチェックするのは困難な作業である．そこで，つぎのように整理して考えてみよう．塗りわけに何色用いるかで分類すると 1 色，2 色，3 色の 3 通りとなる．これを大分類としよう．1 色の場合は単純で青色が 6 面，黄色が 6 面，赤色が 6 面の 3 パターンとなる．

つぎに 2 色の場合は，色の比率が 5 面と 1 面，4 面と 2 面，3 面と 3 面の 3 通りとなる．これを中分類としよう．そして，2 色は 3 色の中からどの 2 色を選ぶかの組合せが関係する．3 色の場合は，色の比率が 4 面と 1 面と 1 面，3 面と 2 面と 1 面，2 面と 2 面と 2 面の 3 通りとなる．このようにして数え上げていくと異なったパターンは 57 通りとなる．

この数え上げ作業はノートと鉛筆ではおそらく不可能であろう．私は，実際にパソコンで展開図を描き，

それに色を配置して何度も確認した．頭の中で考えていた異なったパターンを実際に作ってみると同じものであることが何度もあった．最終的には DIY 店で工作材の木製のブロック（1 辺が 2 センチ）を買い，それに色紙を貼って 57 パターンを確認した．表 1 に 57 パターンのすべてを示しておく．青色を B，黄色を Y，赤色を R とし，先頭行の 1 から 6 の数字は展開図に示した面の番号である（図 3）．

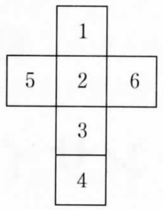

図 3．サイコロの面の番号

No.	1	2	3	4	5	6	B	Y	R		
1	B	B	B	B	B	B	6				
2	Y	Y	Y	Y	Y	Y		6		6	1 色
3	R	R	R	R	R	R			6		
4	B	Y	B	B	B	B	5	1			
5	B	R	B	B	B	B	5		1		
6	Y	B	Y	Y	Y	Y	1	5			
7	Y	R	Y	Y	Y	Y		5	1	5+1	
8	R	B	R	R	R	R	1		5		
9	R	Y	R	R	R	R		1	5		
10	B	Y	Y	B	B	B	4	2			
11	B	R	R	B	B	B	4		2		
12	Y	B	B	Y	Y	Y	2	4			
13	Y	R	R	Y	Y	Y		4	2		
14	R	B	B	R	R	R	2		4		
15	R	Y	Y	R	R	R		2	4		
16	B	Y	B	Y	B	B	4	2		4+2	2 色
17	B	R	B	R	B	B	4		2		
18	Y	B	Y	B	Y	Y	2	4			
19	Y	R	Y	R	Y	Y		4	2		
20	R	B	R	B	R	R	2		4		
21	R	Y	R	Y	R	R		2	4		
22	B	Y	Y	B	B	Y	3	3			
23	Y	R	R	Y	Y	R		3	3		
24	R	B	B	R	R	B	3		3		
25	B	Y	Y	Y	B	B	3	3		3+3	
26	Y	R	R	R	Y	Y		3	3		
27	R	B	B	B	R	R	3		3		
28	B	Y	R	B	B	B	4	1	1		
29	Y	R	B	Y	Y	Y	1	4	1		
30	R	B	Y	R	R	R	1	1	4		
31	B	Y	B	R	B	B	4	1	1	4+1+1	
32	Y	R	Y	B	Y	Y	1	4	1		
33	R	B	R	Y	R	R	1	1	4		
34	B	Y	Y	R	B	B	3	2	1		
35	Y	R	R	B	Y	Y	1	3	2		
36	R	B	B	Y	R	R	2	1	3		
37	B	R	R	Y	B	B	3	1	2		
38	Y	B	B	R	Y	Y	2	3	1		
39	R	Y	Y	B	R	R	1	2	3		
40	B	Y	R	B	B	Y	3	2	1		
41	Y	R	B	Y	Y	R	1	3	2		
42	R	B	Y	R	R	B	2	1	3	3+2+1	3 色
43	B	R	Y	B	B	R	3	1	2		
44	Y	B	R	Y	Y	B	2	3	1		
45	R	Y	B	R	R	Y	1	2	3		
46	B	Y	R	Y	B	B	3	2	1		
47	Y	R	B	R	Y	Y	1	3	2		
48	R	B	Y	B	R	R	2	1	3		
49	B	R	Y	R	B	B	3	1	2		
50	Y	B	R	B	Y	Y	2	3	1		
51	R	Y	B	Y	R	R	1	2	3		
52	Y	B	R	B	R	Y	2	2	2		
53	R	Y	B	Y	B	R	2	2	2		
54	B	R	Y	R	Y	B	2	2	2		
55	B	Y	R	R	B	Y	2	2	2	2+2+2	
56	B	Y	R	R	Y	B	2	2	2		
57	B	R	B	R	Y	Y	2	2	2		

表 1．3 色による塗りわけ（B: 青，Y: 黄，R: 赤）

3. バーンサイドの補題による解法

このように積み上げ方式で数えるにはいくら慎重に数えても，数え間違いや取りこぼしがあるものである．このようなとき，バーンサイドの補題という群論の知識を応用した有力な方法がある．以下，それを説明しよう．

フリーの百科事典ウイキペディアには，バーンサイドの補題についてつぎのように記述されている．

バーンサイドの補題はバーンサイドの数え上げ定理，ポリヤの公式，コーシー＝フロベニウスの補題または軌道計算定理と呼ばれている．これらは同じものをさしている．バーンサイドはこの補題を 1900 年に書いている．数学史家の中には，コーシーが 1845 年にフロベニウスが 1887 年にこの公式のことを書いているのでバーンサイドが第一発見者でなく，「バーンサイドの補題でない」と呼ぶのが正式な呼び方であるとする人もいる．

集合 X に作用する置換群 G があるとき，群 G の要素 g によって不変なものの個数を X^g とするとき，軌道(orbit)の数 $|X/G|$ はつぎの公式で表される．

$$|X/G| = \frac{1}{|G|}\sum_{g\in G}|X^g|$$

軌道の数は同値なものの数を意味する．

サイコロの 6 面を 3 色で塗り分ける場合，$3^6 = 729$ 通りの塗り方があることは前に示した．この集合を X とする．集合 X に対して 4 種類の回転群 G が考えられる．

(1) たがいに向かい合う面と面を貫く軸を中心に 90° 回転する（これは 6 つある）．

図 4(1) のように面 ABFE と面 DCGH を貫く軸を中心に 90°回転する．この場合，向かいあう面 ABFE と DCGH は色が異なってもよいので 3^2 通り，90°回転移動する 4 つの面 ABCD, BFGC, EFGH, AEHD は同じ色でなければならないので 3 通り．したがって各軸に対して 3^3 通りあり，ぜんぶで 6×3^3 通りである．

(2) たがいに向かい合う面と面を貫く軸を中心に 180° 回転する（これは 3 つある）．

図 4(1) のように面 ABFE と面 DCGH を貫く軸を中心に 180°回転する．この場合，向かい合う面 ABFH と DCGH は色が異なってもよいので 3^2 通り，180°回転移動するので 4 つの面で対面する面は同じ色でなければならない．たとえば面 ABCD と EFGH，面 BFGC と AEHD は同じ色であるから 3^2 通り．したがって各軸に対して 3^4 通りあり，ぜんぶで 3×3^4 通りである．

(3) たがいに向かい合う頂点と頂点を貫く軸を中心に 120° 回転する（これは 8 個ある）．

図 4(2) のように頂点 B と頂点 H を貫く軸を中心に 120° 回転する．この場合，頂点 B を含む 3 つの面 ABCD, BFGC, ABFE は同じ色でなければならなく，頂点 H を含む 3 つの面 DCGH, EFGH, AEHD は同じ色でなければならない．色の組合せは各軸に対して 3^2 通りあり，ぜんぶで 8×3^2 通りである．

(4) たがいに向かい合う辺と辺を貫く軸を中心に 180° 回転する（これは 6 つある）．

図 4(3) のように辺 BF と辺 DH を貫く軸を中心に 180° 回転する．この場合，辺 BF を含む 2 つの面 BFGC, ABFE は同じ色でなければならなく，辺 DH を含む 2 つの面 DCGH, AEHD は同じ色でなければならない．また，180° 回転移動する 2 つの対面 ABCD, EFGH は同じ色でなければならない．色の組合せは各軸に対して 3^3 通りあり，ぜんぶで 6×3^3 通りである．

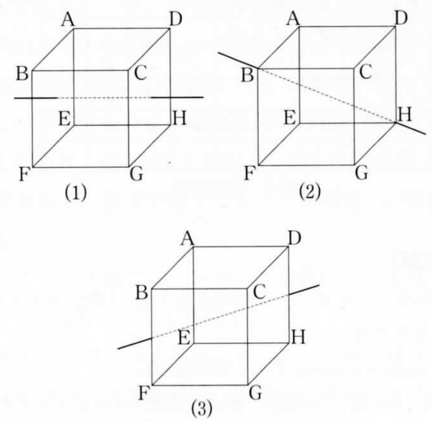

図 4．回転軸と回転群

回転群 G の要素の数は恒等置換 e を加えて $1+6+3+8+6=24$ である．

以上を公式にあてはめると

$$\frac{1}{24}(3^6+6\times3^3+3\times3^4+8\times3^2+6\times3^3)=57$$

となり，異なるパターンは 57 通りである．

4. 群論，置換群，そして同値類

集合 X と X の置換群 G とが与えられているとき，G によって誘導される X 上の同値関係による X の同値類の個数を求めたい．この問題は，その同値関係を求めそれから同値類の個数を数えることによって，直接解くこともできる．しかしながら，集合 X が非常に多くの要素を含んでいるとき，そのような数え上げは，手がつけられないほどめんどうなものとなる．

バーンサイドの定理によれば，その群の要素（置換）のもとで不変な X の要素を数えることによって，同値類の数を求めることができる．ある置換がある要素を自分自身にうつすならば，その要素はその置換のもとで不変である(invariant)とよばれる．

置換群 G に含まれる要素（置換）の個数を $|G|$ と表す．置換 $\pi\in G$ に対して，π によって自分自身に写像される要素を"不変な"要素すなわち不変元と呼び，不変元の個数を $n(\pi)$ と表す．

【定理】（バーンサイド）　集合 X の置換群 G によってもたらされる同値関係による集合 X の同値類の個数 $N(X)$ は次式で与えられる．

$$N(X) = \frac{1}{|G|}\sum_{\pi\in G}n(\pi) \qquad (1)$$

簡単な例題を以下に示す．図 5 のように正三角形の 3 つの頂点をそれぞれ A, B, C とし，これらの頂点に赤または白の色を塗る場合を考える．このような塗り方は図 6 の $P=\{P_1, P_2, \cdots, P_8\}$ のように全部で $2^3=8$ 通りある．ここで，たとえば正三角形の中心を通り三角形に垂直な軸のまわりに時計方向に 120° ずつ回転させると図 6 の P_2 は P_3 に，P_3 は P_4 になる．つまり P_2, P_3, P_4 などは"同値"であるとみなすことができる．

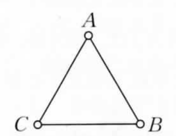

図 5．正三角形

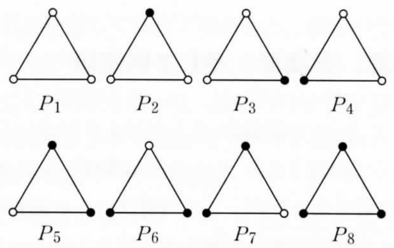

図 6. 正三角形の彩色

正三角形の中心を通り三角形に垂直な軸のまわりに時計方向に 120°, 240° ずつ回転させた場合，$P_1, \cdots, P_8$ がどのように置換されるかについては，以下のように表すことができる．

$$\pi_1 = (P_1)(P_2P_3P_4)(P_5P_6P_7)(P_8)$$

$$\pi_2 = \pi_1\pi_1 = (P_1)(P_2P_4P_3)(P_5P_7P_6)(P_8)$$

そして，それぞれの置換 π に対する不変元の個数 $n(\pi)$ は次のようになる．

$$n(\pi_1) = n(\pi_2) = 2 \qquad (2)$$

一方，正三角形を 1 つの頂点と対辺の中点を結ぶ直線のまわりに 180° 回転させると，P_5 は P_7，あるいは P_5 は P_6 になる．このことから，やはりこれらが"同値"であることがわかる．これらの場合の $P = \{P_1, P_2, \cdots, P_8\}$ の置換については，以下のように表すことができる．

$$\pi_3 = (P_1)(P_2)(P_3P_4)(P_5P_7)(P_6)(P_8)$$

$$\pi_4 = (P_1)(P_2P_4)(P_3)(P_5P_6)(P_7)(P_8)$$

$$\pi_5 = (P_1)(P_2P_3)(P_4)(P_5)(P_6P_7)(P_8)$$

そして，それぞれの置換 π に対する不変元の個数 $n(\pi)$ は次のようになる．

$$n(\pi_3) = n(\pi_4) = n(\pi_5) = 4 \qquad (3)$$

すでに示した置換 $\{\pi_1, \pi_2, \cdots, \pi_5\}$ に，すべての要素をそれ自身に写像する恒等置換である

$$\pi_0 = (P_1)(P_2)(P_3)(P_4)(P_5)(P_6)(P_7)(P_8)$$

を加えると，これらが群をなすことがわかる．このように置換群によってもたらされる集合 $P = \{P_1, P_2, \cdots, P_8\}$ の同値類の個数 $N(X)$ は，式(2)，(3)，そして π_0 を用いると，式(1)より以下のように与えられる．

$$N(P) = \frac{1}{|G|}\sum_{i=0}^{5} n(\pi_i)$$

$$= \frac{1}{6}(8 + 2 \times 2 + 3 \times 4) = 4$$

したがって，同値類の個数は 4 となり，それぞれの同値類は $\{P_1\}$, $\{P_2, P_3, P_4\}$, $\{P_5, P_6, P_7\}$, $\{P_8\}$ のように与えられることがわかる．表 2 は置換による要素の移り方を，表 3 は置換によっても変わらない不変元を，表 4 は同値関係を示している．

	π_0	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5
P_1	P_1	P_1	P_1	P_1	P_1	P_1
P_2	P_2	P_3	P_4	P_2	P_4	P_3
P_3	P_3	P_4	P_2	P_4	P_3	P_2
P_4	P_4	P_2	P_3	P_3	P_2	P_4
P_5	P_5	P_6	P_7	P_7	P_6	P_5
P_6	P_6	P_7	P_5	P_6	P_5	P_7
P_7	P_7	P_5	P_6	P_5	P_7	P_6
P_8	P_8	P_8	P_8	P_8	P_8	P_8

表 2. 置換による要素の移り方

	π_0	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5
P_1	=	=	=	=	=	=
P_2	=			=		
P_3	=				=	
P_4	=					=
P_5	=					=
P_6	=			=		
P_7	=				=	
P_8	=	=	=	=	=	=
	8	2	2	4	4	4

表 3. 不変元

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
P_1	✓							
P_2		✓	✓	✓				
P_3		✓	✓	✓				
P_4		✓	✓	✓				
P_5					✓	✓	✓	
P_6					✓	✓	✓	
P_7					✓	✓	✓	
P_8								✓

表 4. 同値関係

(参考文献)

(1) 西山豊「エレガントな解答をもとむ」『数学セミナー』2006 年 9 月号

(2) Burnside's lemma, From Wikipedia.

(3) C. L. Liu 著，成嶋弘，秋山仁共訳『コンピュータサイエンスのための離散数学入門』Ohmsha，1995 年，p450 〜 p457

(4) 大山達雄『パワーアップ離散数学』共立出版，1997 年，p70 〜 p76

(にしやま ゆたか／大阪経済大学)

やさしい確率・統計の話 ⑥

ギャンブルの数学

パチンコの確率

木下栄蔵

前回は，ギャンブルの数学として，野球における確率モデル(OERA)について説明した．今回は，パチンコの確率について 2 項分布とポアソン分布について説明する．

確率分布とは『数学小辞典』(共立出版) によれば次のように記述されている．

『古典確率論においては，全事象が n 個の場合，$E_1, E_2, \cdots, E_n$ に分かれたとすると，各々の場合 E_i が起こったときに，X_i なる値をとる偶然量 X が確率変数である．一方，近代確率論では，確率変数は確率空間の点(根元事象) ω の関数 $X(\omega)$ で表される．この確率変数 X の分布状態のことを確率分布という』

この確率分布には，離散型確率分布と連続型確率分布とがある．前者は，2 項分布・ポアソン分布・幾何分布等があり，後者の例として，一様分布・正規分布等がある．

そこで，本稿では，パチンコを例にして 2 項分布とポアソン分布について説明する．

近年，パチンコ人気は上昇しているが，近年の統計によれば，パチンコ業界の年間売上高は，10 兆円に達したという．なんと GDP の 2.0% である．また，全国のパチンコ店は 13600 あり，本屋の数 12000 を上回っている．パチンコ台は 3224000 台あり，1 店平均 236 台である．平均して国民 37 人に 1 台の割である．そして年間約 200 万台が生産されている．つまり入れ替えが頻繁に行われていることになる．また，フィーバー後，オートメーション化の波が押し寄せ，今やパチンコ台は，メカトロニクス機器になっている．1 台あたり，LSI 1 個，IC 14 個，トランジスタ 20 個も使われていたのである．そして全国に 2800 万人のファンがいるそうである．(うち女性 10% 強である)．

さて，このように人気のあるパチンコについて確率的に考えてみよう．私の研究室に出入りする学生はおもに 20 歳で，ちょうどパチンコに熱中しているところである．よく休日などに，気晴らしに行くそうである．しかし，1 番関心があるのは，先ほども説明したフィーバーである．そんなとき 1 人の学生が私にフィーバーの確率について次のような質問をしてきた．

『たとえば，あるパチンコ店に入り，ある台でパチンコに熱中しているとする．その台は，1 時間平均 3 回フィーバーが起こるとする(これはあくまで平均である．念のため)．

ということは，1 時間に 2 回起こる確率は 3 回起こる確率の 2/3 で，1 回起こる確率はその 1/3，そして，1 回も起こらない確率はゼロになりますね．つまり，このパチンコ台で，1 時間足らずプレーしていて，まだ 1 回もフィーバーしていないということは，もうすぐ必ずフィーバーするということでしょうか』

さて，この学生のいうとおり，1 時間あたり，2 回フィーバーする確率は，3 回起こる確率の 2/3 で，1 回の場合は，1/3，そして，1 回もフィーバーが起こらない確率はゼロなのであろうか．

1 時間にフィーバーが 3 回起こるというのは，あくまでも平均の回数である．だとしたら，平均 5 回起こることもあれば，1 回も起こらないこともあるはずである．

そもそも「確率」とは，一体何なのだろうか．たとえば，サイコロを 1 回振ったとき，ある特定の目が出る確率は 1/6 である．では，逆に，サイコロを 6 回振ったとき，ある目が 1 回出る確率はどうだろうか．

うっかりすると，「$1/6 \times 6 = 1$」などとやりかねない．確率 1 とは，すなわち確率 100% であり，「6 回振れば，必ずその目が 1 回は出る」という意味である．すなわち，そんなバカなことはない．6 回はおろか，10 回，20 回，いや 100 回，1000 回振ろうと，その目が 1 度も出ないことだって，理論的にはあり得るのだ．実は，サイコロを 6 回振って，ある目が 1 回出る確率は，実に 40% 強である．(**第 1 図 A 参照**)．そして，1 回も出ない確率は約 35% となる．

さて，本論にもどる．フィーバーが無秩序(ランダム)に起こりうるようなパチンコ台では，フィーバー回数の確率は，「ポアソン分布」に従うと考えられる．(電