Mathématiques colonne 7

回文数と１９６

西山　豊

竹やぶ焼けた(タケヤブヤケタ)などのように前から読んでも後ろから読んでも同じになる文のことを回文(かいぶん)という．日本には古くから回文を親しむ文化があり，「長き夜の 遠の眠りの 皆目覚め 波乗り船の 音の良きかな」のように31文字の短歌に回文を読み込んだ例もある．数字についても回文のような数字がある．たとえば727，1991，38483などは前から読んでも後ろから読んでも同じである．このような数字のことを回文数と言う．

さて，ここに任意の数字がある．この数字を逆に並べた数をもとの数に足す．この操作を繰り返すといずれは回文数に到達するという．たとえば，59は，

$$59+95=154$$
$$154+451=605$$
$$605+506=1111$$

のように3回の操作で回文数1111に到達する．読者は確かめてみること．

2桁の数から始めると，すべて回文数となることがわかっている．ただし，89から始めた場合は，なかなか回文数にならないで，24回の繰り返し計算で初めてつぎの13桁の回文数に到達する．

8813200023188

3桁の数から始めると，つぎの13個は現在のところ回文数にならないことが知られている．

196，295，394，493，592，689，691，
788，790，879，887，978，986．

これらのうちで最小の数は196であるから，196問題ともよばれている．196から始めると回文数になるのか，ならないのかもわかっていない．

また，この13個の数は2つのグループにわけることができる．196，295，394，493，592，689，691，788，790，887，986と879，978のグループである．それぞれのグループの中で最小の数である196と879は種(Seed)とよばれ，それ以外は種から派生した数である．196のグループと879のグループは別々のグループなのか，無限の彼方でつながり同じグループになるのかはわかっていない．

この回文数の196問題はいつごろから話題になっているのだろうか．1970年代に雑誌『サイエンティフィック・アメリカン』にM. ガードナーがこの話題を取り上げ，日本にも紹介されている．さらに遡って1938年にD. レーマーがベルギーの雑誌『スフィンクス』に，73回計算を繰り返し35桁の数になったが回文数に到達しないという記録を残している．

1938年といえばまだコンピュータが出現していない時代だ．この雑誌の裏表紙には卓上計算機(キャッシュレジスター)の広告が載っていて，あつかえる数の桁は12桁までである．当時の数学者は12桁しか計算できない道具を使って196問題に取り組んでいたことになる．回文のことを英語ではPalindromeというが，この言葉は17世紀はじめ，ギリシャからの外来語であるという．古代ギリシャには回文を楽しむ文化があり，このような数字遊びがあったのかもしれない．

196問題はプログラムで確かめることができる．最近はパソコンの性能もよくなり，この問題に興味を持つ世界中の若者が挑戦し，繰り返し計算の結果ミリオンの桁数という天文学的な数になっているが，いまだ回文数に到達していない．196問題は果たして解決するのだろうか．桁数が増えるに従って回文数となる確率は減少する．しかし，皆無とはいえない．そこが数学者にとってはもどかしい問題なのである．かつて四色問題が最終的にコンピュータの力を借りたが，コンピュータを使わない，もっと数学的なアプローチがあってもいいのではないだろうか．

(にしやま　ゆたか／大阪経済大学)

再生への数学 ⑧

不完全性定理と俳句

二宮　暁

19世紀末から始まった数学における厳密化，公理化の流れの中で1931年ゲーデルは不完全性定理を提出します．その第一定理は次のようなものです．

第1不完全性定理：関係や関数が論理式や対象式により帰納的に表現できる公理系が，ω無矛盾であれば，証明も反証もできない論理式が存在する．

ω無矛盾は難しい概念です．一言で表現する事はできませんが，その定理はノントリビアルで矛盾のない(有限個の公理からなる)公理系では証明も反証もできない命題が必ず存在すると読めます．同時に「厳密に概念を定め，表現しようとすると言葉(公理)が無限に必要」とも解釈できるように思います．

ゲーデル

他方，俳句は最も短い文学と呼ばれるものです．日本語を母国語にしている人が俳句を読めば，ある風景を想起することができます．例えば，

春の海 ひねもすのたり のたりかな　　蕪村

に対して春の海を前にゆっくりと過ぎる時間ののどかな風景を目に浮かべることでしょう．

それでも，その短さ故にその意味するものは，とてもあいまいになります．海は何処の海なのか，すこし汗ばむほどの暖かい晩春なのか，寒い冬を終えた肌寒いくらいの早春のきらめきなのか，峠から遠目に見たものなのか，漁村の匂いを感じながらのものなのか，何も定まりません．それらは読者個々人の経験により定まるのです．

ソシュールは19世紀末に記号論を構築し[2]，シニフィアン(表現するもの)とシニフィエ(表現されるもの)は分離不能であると主張しました．

例えば，「狸」なるものが分類上存在しているのではなく，「狸」という名と「狸」という実体が同時に存在するのです．日本人ならば，犬と狸の差異は理解できますが，英語圏では，狸は「raccoon dog」と言って，犬の一種となります．日本語での「狸に騙された」は英語圏では「犬の一種に騙された」と理解され，その文化的背景まで伝わることはありません．

また，日本語では米と御飯と稲を使い分けますが，英語のcooked riceやrice fieldはriceの状態の差に過ぎません．例えば，「稲が米となるのです．」とか「おいしいごはんだ．米がうまいんだな」は英語圏では無味乾燥な文となると思われます．他方，barley(大麦)とwheat(小麦)は日本語では同じ麦の一種として認識されます．英語圏のriceと同様の事が麦に関して，日本語でおきるのです．

つまり，言葉は文化から離れて概念を伝えられないのです．「太陽」と「お日様」は同じ対象を表しますが，使われる場面が全く異なります．太陽とお日様という2つの名前の存在は，名前が対象に付随しているのではなく，その信仰や慣習や文化や個人の経験と共に存在している事を意味します．

記号論では「表すもの(言葉)と表されるもの(意味)とは不分離のまま同時に誕生する」と考えます．言葉によって表し得るものが限定され，表現したい事を厳密には言葉では伝えられないのです．ソシュールは，その事実に気づき，書を著すことなくこの世を去りました．残ったのは彼が行った一般言語学概論の講義録でした．

記号論でのシニフィアン(表すもの)とシニフィエ(表されるもの)は双対なものです．例えば量子力学での運動量と位置のようなものです．表されるものを正確に定めようとすると表す言葉は発散し，表す言葉を少なくすると表されるものが発散するのです．前者が不完全性定理に，後者が俳句に対応していると考える事は自然なことのように感じます．厳密さの極限と，あいまいさの極限です．

ヒルベルトは公理主義を徹底したものとして「『点』や『線』を『机』や『椅子』と呼んでもよい」というような事を述べました[3]．不完全性定理の洗礼のお陰でしょうか，数学と言えど，先天的な言葉の呪縛からは逃れられないと考えるのが今では自然と感じられているようです．小平は線は定規で引いたもの，