Mathématiques colonne 16

シャッフル効果

西山　豊

トランプでゲームをするときは，トランプのランダム性が問題になる．よくかき混ぜておかないと参加者に不公平になり，ゲームがつまらなくなる．トランプはカットやシャッフルでよく順序をでたらめにする．ランダムかどうかのチェックのために，同じ数字が重なっていないか調べることがある．もし数字が重なっていたら，その1枚を別の場所に移すといった操作をよくする．しかし，移した先でまた，数字が重なることがある．それもそのはず，トランプで少なくともひと組，同じ数字が重なる確率は95％と，きわめて高確率であるからだ．だから1組ぐらいの数字が重なっていても神経質にならないことだ．

さて，シャッフル効果を利用した面白いトリックがある．以下その手順を示そう．

（準備）

1. ジョーカーを除いた52枚のトランプを使う．
2. ダイヤ，スペード，ハート，クラブの4つの山に分ける．
3. それぞれの山から1枚ずつとり出し，ダイヤ，スペード，ハート，クラブ，ダイヤ，スペード，ハート，クラブ，…の順に並べる．
4. これをトランプのケースに戻しておく．
（この準備過程を相手に見せても問題無い）

（演出）

1. トランプを広げて見せる．数がバラバラになっているので，その並び方の規則に気づく人はいない．
2. カードを伏せたままカット（適当に2つに割って上下を入れ替える）をする．これは何回やってもよい．
3. 伏せたカードを客に渡し，「上からカードを伏せたまま，机の上に1枚ずつ数えながら重ねて置いてください．20枚から30枚の間の好きなところでやめてください」という．
4. トランプの半分は26枚であるから，ここで，ほぼ半分ずつの2つの山ができる．
5. これをシャッフルしてもらう．シャッフルとは半分ずつ左右の手にもち，本のページをパラパラめくるようにカードを落とし，互いに組み合わせる切り方だ．リフル・シャッフルともいう．正確に1枚ずつ切る必要はまったくなく，イイカゲンな切り方のほうが歓迎できる．（ただし，このシャッフルは1回しかやってはいけない）
6. 客からカードを返してもらう．
7. カードを後ろ手で持つ．そしてなにやら探すようなフリをして上から4枚取り「ダイヤ，スペード，ハート，クラブのセットです」と言って表向きに広げて見せる．あとは順に4枚ずつ取り出して見せると，それらは信じられないことに，ことごとく4種類のセットになっている．

家にトランプがあれば今すぐ自分で試してみよう．そして，この通りだったら，どうしてそうなるのか理由を考えてみよう．トランプの絵柄4種類をA, B, C, Dとしてこれまで説明した（準備）から（演出）までを表計算ソフトを使って整理してみると，このトリックが成り立つ理由がわかるだろう．

シャッフルはトランプをランダムにするという思い込みを利用したトリックである．1回のシャッフルでは順番が狂うが4種類のセットは崩れない．2回のシャッフルで完全にバラバラになる．だからシャッフルは1回までである．このトリックは芦ケ原伸之『全天候型史上最強のパズルランド』（ベネッセ，1995）に紹介されている．

仲

（にしやま　ゆたか／大阪経済大学）

代数的グラフ理論入門

仁平政一

距離推移グラフ・距離正則グラフ

折り返しや回転等の操作を行なっても，もとの図形と同じ形になるものを，対称性がある図形といい，同じ形になる操作がたくさんあるような状態を対称性が高いと言います．

今回は，より対称性の高い美しいグラフの話になります．

12.1　距離推移グラフ

早速，定義から話を始めます．

グラフ G は連結とし，$d(u,\ v)$ で G における2点 $u,\ v$ の距離（2点 $u,\ v$ を結ぶ最短な道の長さ）を表します．

また，G の直径（2点間の距離の最大値）を $d(G)$ で表します．

$d(u,\ v)=d(x,\ y)$ を満たすグラフの任意の点 $u,\ v,\ x,\ y$ に対して，

$$x=\alpha(u),\ y=\alpha(v)$$

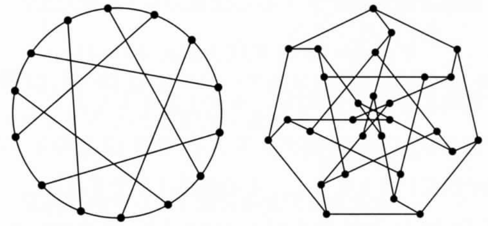
を満足するようなグラフ G の自己同形写像 α が存在するとき，G を**距離推移グラフ**（distance-transitive graph）と言います．

もちろん，距離推移グラフは正則グラフです．

ここで，距離推移グラフの例をあげておきましょう．

例えば，完全グラフ K_4，閉路グラフ C_4，完全2部グラフ $K_{3,3}$，3-立方体 Q_3，ペテルセングラフ O_3，ジョンソングラフ $J(n,\ k,\ k-1)$ は距離推移グラフになります．

さらに，図12.1（a）に示されているヒーウットグラフ（Heawood graph）や図12.1（b）に示されているコクセターグラフ（coxeter graph）も距離推移グラフであることが知られています（[2]）．



（a）ヒーウットグラフ　　（b）コクセターグラフ

図12.1

距離推移グラフならば対称グラフになりますから，点推移グラフになります．

ここで，点推移グラフですが，距離推移グラフでない例をあげておきましょう．

図12.2のグラフがそれに当たります．

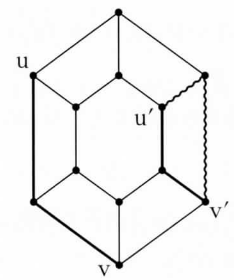


図12.2

と言うのは，回転することも折り返すこともできることから，点推移的であることがわかります．ところが，図に示してあるように $u,\ v,\ u',\ v'$ をとると，

$$d(u,\ v)=d(u',\ v')=2$$

となります．

ところが，u から v への長さ2の道は1本しかないのに対して，$u',\ v'$ への長さ2の道は2本存在します．

このことから，$\{u,\ v\}$ を $\{u',\ v'\}$ に移す自己同形写像が存在しないことがわかり，距離推移グラフで