

西山 豊

数学を楽しむ 指ハブの数理

1. 沖縄土産の指ハブ

退官にもない研究室を整理していたら蛇が出てきた。おや、こんなところにいたのか！ファイルキャビネの奥に蛇が鎮座していたが、以前から飼っていたので驚きはしなかった。もちろん本物の蛇ではない。実に巧妙にできたおもちゃの蛇である。しっぽを持つとくねくねと動く。何かの機会に土産店で購入したのである。蛇の挙動に感心しながら、私は作業を中断し蛇としばし戯れた。

この話を妻にすると、沖縄で買ったハブのおもちゃはどこに行ったのと言う。そういえば、確かにそのようなおもちゃがあった。指にはさんでは楽しんだ後、どこかへ行ってしまった。どうして引っ張ると抜けなくなるのか、その時は深く考えなかった。急に調べてみたくなり、ネットで検索してみると「指ハブ」という名前が知られていて販売されていた(図1)。ハブは沖縄に生息する毒性のあるヘビである。私は早速この指ハブを調査研究用に取り寄せることにした。

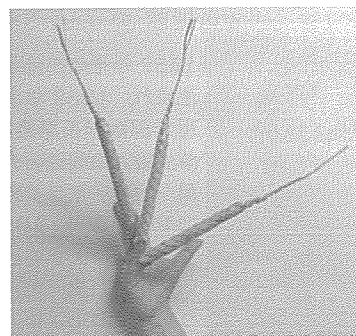
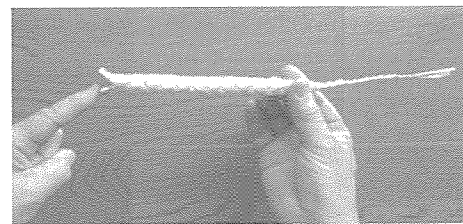
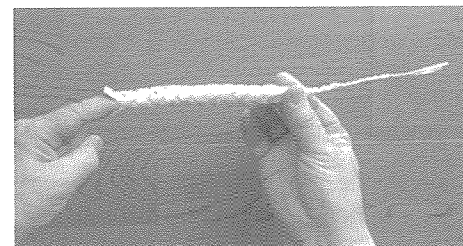


図1. 沖縄土産の指ハブ

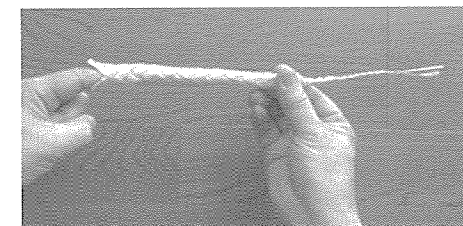
指ハブは沖縄に自生するマーニーというヤシ科の植物(和名はクロツグ)で作られる玩具である。筒状になったハブに指を入れると引いても抜けにくい(図2)。抜くには引っ張るのではなく指の方に押し戻し筒の直径を大きくすることである。



(1) 指ハブ



(2) 指をさし込む



(3) 引いても抜けにくい

図2. 指ハブの動作確認

2. PPバンドで試作

最近是指ハブの作り方がネットで紹介されているので、その動画や解説を参考にしながら指

ハブを作ってみることにした。紙テープで作るには破れてしまうので何かいい材料がないかと探していると、PPバンドで作ったセパタクロールボールが目についた。セパタクロールは幅15ミリ、長さ56センチの荷造り用のPPバンドが6本あれば、編み込むことができる(図3下)。

セパタクロールのPPバンドをばらして、2本を取り出した。15ミリ幅では広すぎるので、半分の幅7~8ミリにハサミで切って4本のPPバンドとした。長さは56センチのままでよかった。そのようにして作ったのが図3の真ん中である。上が入手した商品の指ハブであり、商品とほぼ同じものを作ることができた。指を入れて動作確認したところ、引っ張ってみると確かに抜けない。PPバンドで試作した指ハブに気をよくした私は、指ハブの構造について詳しく調べてみることにした。

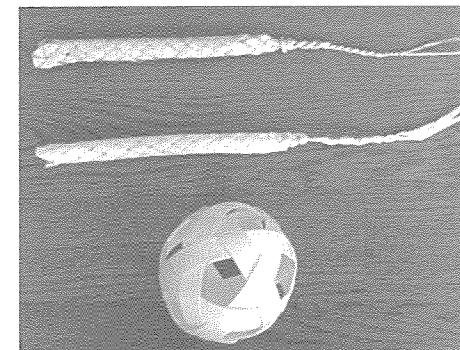


図3. PPバンドで試作(上から商品の指ハブ、PPバンドによる試作、セパタクロール)

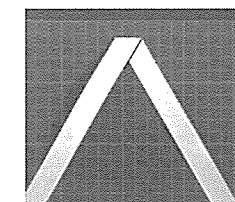
3. 指ハブの作り方

ネットには指ハブの作り方の動画や説明のサイトがいくつかあるが、ここでは「みさき先生のスマイルサイエンスBLOG」を参考にさせていただいた[1]。

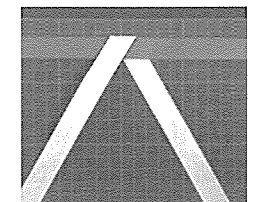
材料としては紙ひもがいいが、紙テープの方がわかりやすいので紙テープで説明する。幅17ミリ、長さ80センチの紙テープを4本用意する。説明のため白色テープを2本、灰色テープ

を2本とする。以下図4にしたがって説明する。

- (1) まず、白色テープを図のように中心で折る。角度は約60度で、60度の意味は後で述べる。
- (2) 白色テープの折り目に灰色テープを挟み込む。
- (3) 挟み込んだ灰色テープの右側の部分を図のように後ろ側に折る。
- (4) さらに、今一番右にきている白色テープを後ろ側に折る。今折った白色テープは図のように、一番右の灰色テープに対しては下にくるように、右から2番目の白色テープに対しては上にくるようにする。
- (5) 残り2本の紙テープも、同じように(1)~(4)の手順で折り込んでいく。同じものが2組できる。
- (6) できた2つの紙テープの塊を組み合わせる。図を見ながら、紙テープの上下に気をつけること。紙テープの先端が左右に4本ずつ分かれるので、左側の4本をクリップで固定する。紙テープは重ねず、4本が順番通りに並ぶようにしておく。
- (7) 右側の4本のうち一番右端の灰色テープから折り込んでいくのだが、図のように円筒に巻き付けていくと作業がしやすい。私は直径が3センチの紙製の円筒を用いた。
- (8) 紙テープの上下関係を間違わなければ、指ハブは自然とできあがる。一定の長さになったら、左側の4本と右側の4本をそれぞれねじり、ねじった部分を結んで固定する。余分な部分は切り落として完成となる。



(1)



(2)

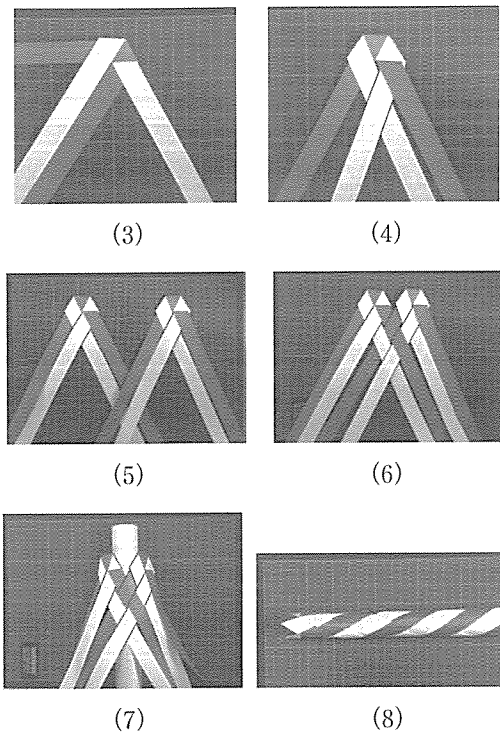


図4. 指ハブの作り方

4. 2つの図柄は相殺される。

指ハブの作り方は以上で十分だが、今回は指ハブの構造を知ることであるので、別の角度から眺めてみたい。

図4(7)で示したように4本の紙テープは直径3センチ、長さ30センチの円筒の表面に編み込まれていく。紙テープの経路だけに注目すると、図5(1)上に示したような正三角形を要素とする長方形の型紙を作り、同図下の円筒に巻き付けると、これらの正三角形の上を紙テープがたどっていくことになる。正六角形に注目すると最充填配置で、いわゆるハニカム構造(ハチの巣状)になっている。正三角形の一辺の長さを a センチとすると、型紙の縦は $4a$ センチ、横は $7\sqrt{3}a$ センチとなる。 a は約24ミリで、縦は約96ミリ、横は約291ミリである。

例えば灰色の紙テープが円筒の表面上をたどる経路は、型紙では図5(2)上のように進み、円筒上では同図下のように進む。長方形の型紙(平

面)と円筒(立体)の位置関係は理解しづらいので、読者には実際に作ってみることを勧めます。

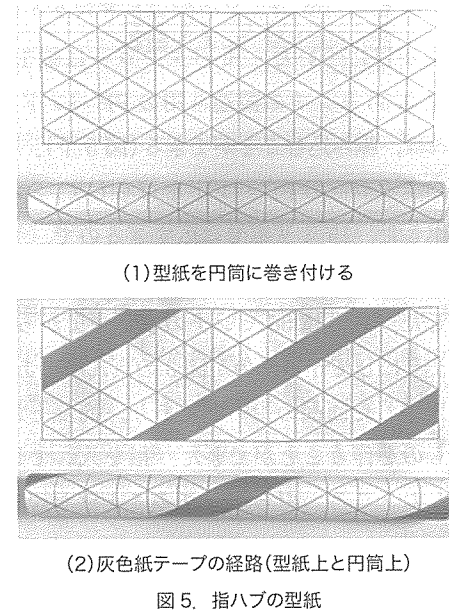


図5. 指ハブの型紙

さて、指ハブは図4(6)で示したように、左側の4本の紙テープ(左から灰色、白色、灰色、白色)と右側の4本の紙テープ(左から白色、灰色、白色、灰色)を互いに織り込んでいくが、図6に示すように、左側の4本による図柄(上)と右側の4本による図柄(下)は鏡像対称で異なる。

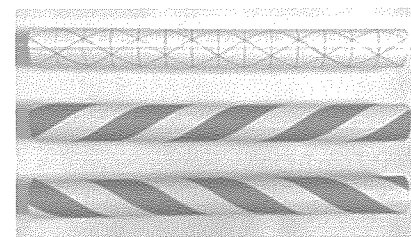


図6. 2種類の図柄

このように異なった図柄であるが、左右4本ずつの紙テープは、実際は上下、上下と編み込まれていき、片方の図柄しか現れない。それを図7に示した。図4(8)の完成図では図6上の片方の図柄だけのように見えるが、実際はそうではない。少し複雑だが、左右の図柄が相殺さ

れた結果として片方だけが残っている(図7)。

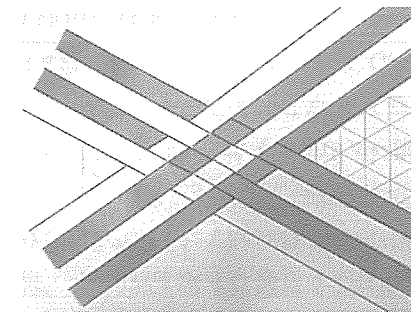
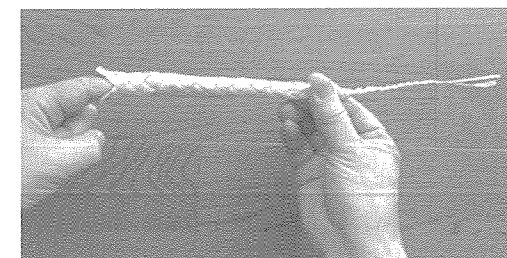


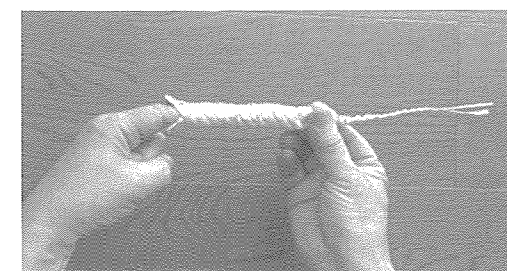
図7. 片方の図柄しか現れない理由

5. 抜けない理由

指ハブに指を入れて引っ張ると指が抜けなくなる理由を考えてみよう。指ハブを容易に抜く方法は引っ張るのではなく、さし込んだ指の方に押し戻すとよい。図8に(1)引っ張った状態と(2)押し戻した状態を示したが、指ハブの長さや直径の変化に注目すること。押し戻すと指ハブは短くなると同時に直径が大きくなる。この変化をどう見るかが指ハブの構造を理解する上で重要だ。



(1)引っ張った状態



(2)押し戻した状態

図8.

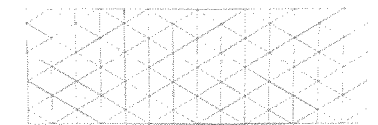
指ハブはどこまで引っ張れるだろうか。

それを理解するためには円筒に巻かれる型紙(図9(1))と円筒の表面上での紙テープの位置関係を理解するとよい(同図(2))。型紙は一周分しか巻かれないが、紙テープが円筒上を何周もぐるぐる巻かれていくので、とりあえず2周分を想定して型紙を上にもう一段積んだ。

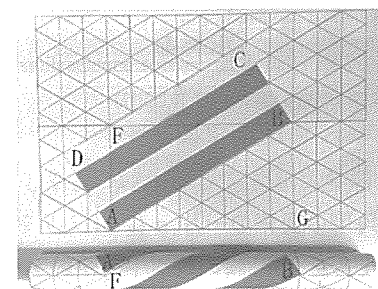
左側の4本の紙テープ(白色、灰色、白色、灰色)が円筒上を斜め方向に進んで一周したときの様子を図9(2)に示した。4本の紙テープの塊は長方形ABCDとなる。円筒上では点Aと点Fは一致する。また、紙テープが一周すると点Aと点Bは円筒の延長方向では同位相となる。直線AGが指ハブの巻きつけが進んだ距離である。

図7で示したように、紙テープは左側の4つの塊(右上がり)と右側の4つの塊(右下がり)が交互に編み込まれるが、紙テープの交角(右上がりと右下がりの角度)は、60度が最小である。つまり交角が60度で指ハブの引っ張りは止まることになる。指ハブの作り方で図4(1)では白色テープを約60度に折るとしたが、60の意味はここにある。

理屈では60度以下も可能なように思えるが、実際の指ハブは60度で止まる。



(1)



(2)

図9. 型紙と紙テープの巻きつけ

6. 指ハブの構造

紙テープの交角の最小値は60度であるが、交角はどれくらい大きくできるだろうか。

型紙の要素である正三角形の1辺の長さを a とすると、4本の紙テープの塊は縦が $2\sqrt{3}a$ 、横が $8a$ の長方形となる。指ハブを引っ張った状態は紙テープの傾斜角が右上がりに30度傾いている。このとき、紙テープ同士の交角は2倍の60度である。

4本の紙テープの塊の傾斜角を45度としたときの巻き付けについて考えてみる。交角は2倍の90度になる。傾斜角が大きくなるので、指ハブの長さは短くなるが直径は大きくなる。

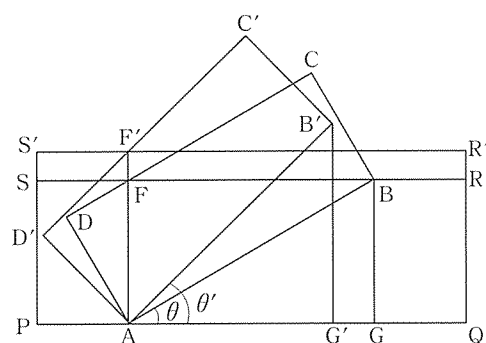


図10. 紙テープの交角を変える

円筒の表面を長方形 PQRS とし、この円筒に紙テープの塊一周分 ABCD を傾斜角 $\angle BAQ = \theta$ で巻き付けることとする。 θ は30度である。AB の長さを x 、BC の長さを y としておく。

$$PQ = 7\sqrt{3}a$$

$$QR = 4a$$

$$AB = 8a = x$$

$$BC = 2\sqrt{3}a = y$$

となる。

正三角形の要素の一片 a に24ミリを代入して検算すると、円筒の長さ PQ が約291ミリ、円周 QR が約96ミリ、直径が約31ミリ、紙テープの塊の横 AB が約192ミリ、縦 BC が約

83ミリでオーダー的にはあっている。

長方形 ABCD は円筒に対して角度 θ で右上がりに傾いている。長方形 ABCD を円筒 PQRS に直線 PQ 上のある点 A から一周分巻き付けたとき、点 A が点 B に編み込みが進むので、直線 AG が指ハブの長さとなる。

$$AG = AB \cos \theta = x \cos \theta$$

点 A から直線 PQ に対して鉛直方向に線を引き、直線 CD との交点を点 F とする。長方形 ABCD は円筒に巻き付けるので、点 A と点 F は円筒上では一致し、AF は指ハブの胴回りの長さとなる。

$$AF = \frac{AD}{\cos \theta} = \frac{y}{\cos \theta}$$

長方形 ABCD の傾斜角は30度であったが、点 A を固定し傾斜角 θ' を45度とした長方形 $AB'C'D'$ を図10に重ねた。点 B' から直線 PQ に下した垂線の足を G' とし、点 A からの鉛直線が直線 $C'D'$ と交わる点を F' とすると、 AG' と AF' は次のようになる。

$$AG' = AB' \cos \theta' = x \cos \theta'$$

$$AF' = \frac{AD'}{\cos \theta'} = \frac{y}{\cos \theta'}$$

$\theta = 30^\circ$ と $\theta' = 45^\circ$ について AG と AF の変化を見てみよう。先ほどと同じように、 a に24ミリを代入して検算すると次のようになった(単位はミリメートルで四捨五入してある)。

$$AG = 192 \times 0.866 = 166$$

$$AG' = 192 \times 0.707 = 136$$

$$AG' - AG = 136 - 166 = -30$$

より、指ハブの長さは166ミリから136ミリとなり、30ミリ短くなる。

$$AF = \frac{83}{0.866} = 96$$

$$AF' = \frac{83}{0.707} = 117$$

$$AF' - AF = 117 - 96 = 21$$

より、指ハブの胴回りの長さは96ミリから117ミリとなり、21ミリ長くなる。周長を円周率で

割ると直径が求まる。

$$\frac{96}{3.14} = 31$$

$$\frac{117}{3.14} = 37$$

$$37 - 31 = 6$$

より、指ハブの直径は31ミリから37ミリとなり、6ミリ太くなる。

以上をまとめると、指ハブは30ミリ短くなるが直径が6ミリ太くなる。逆にそこから30ミリ引っ張れば直径が6ミリ細くなるということだ。この様子は図8で示した指ハブの引っ張った状態 ($\theta = 30^\circ$) と押し戻した状態 ($\theta' = 45^\circ$) に対応している。

また、指ハブの長さの比率は次式で簡略化できる。

$$\frac{AG'}{AG} = \frac{\cos \theta'}{\cos \theta} = \frac{0.707}{0.866} = 0.82$$

$$\frac{AF'}{AF} = \frac{\cos \theta}{\cos \theta'} = \frac{0.866}{0.707} = 1.22$$

指ハブを押し戻して、紙テープの交角を60度から90度になると、長さは約18%短くなり、胴の直径は約22%太くなる。

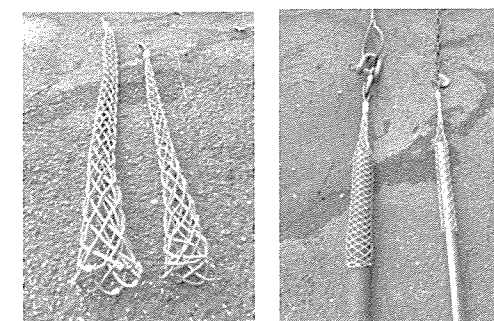
7. 指ハブの応用

指ハブの作り方から構造まで、その全容がほぼ解明できたので私は満足だった。SNSのFace Bookに指ハブのことを投稿したところ、知人の西田稔氏から、指ハブの原理が土木の工事現場で応用されていると教えていただいた。

氏の説明では、人差し指の部分が直径50ミリ程度、長さ200メートル程度の重量級電線(キャプタイヤー)をトンネル坑内に敷設する時、電車やトラックで引いていました。原理の素晴らしさに驚いたことを思い出します、とのことである。私は現物をイメージできないので画像を送っていただいた。

図11(1)がその外観で、同図(2)は引っ張る様子である。適当なケーブルが見当たらなかった

ので鉄パイプが装着されている。指ハブと見た目は違うが構造は同じである。指ハブの原理がこんなところに生かされているのだ。



(1) (2) 図11. 指ハブの応用

(重いケーブルを引っ張る用具、写真は西田稔氏提供)

指ハブの原稿を書きながら、朝顔のツルについて考えていた。我が家に植えている琉球朝顔は美しい青色の花を咲かせるが繁殖力が非常に強い。晩秋になって花後の手入れをしようとして、ツルを引っ張っても抜けないしちぎれない。なかなかしぶとく処理に困っていた。

指ハブについてあれやこれや学んでいくうちに、ツル性植物は引っ張るのではなく途中で切るか、戻すではなかったか。ツル性植物は枝や木などにしっかり巻き付ける習性があるので、その習性をよく理解した上で作業するのが肝要である。機会があれば、ツル性植物の構造について調べてみたい。

参考文献

- [1] みさき先生のスマイルサイエンス BLOG
<http://smilescience.seesaa.net/article/296799978.html>
 (URLの最終閲覧は2020年7月1日)

(にしやま ゆたか/大阪経済大学名誉教授)