$$\frac{a^2}{s^2}+\frac{2a^2b}{s^3}+\frac{3a^2b^2}{s^4}+\cdots+\frac{(n-1)a^2b^{n-2}}{s^n}$$

で表される．高々 n 回の試行で 3 回成功する確率は

$$\frac{a^3}{s^3}+\frac{3a^3b}{s^4}+\frac{6a^3b^2}{s^5}+\frac{10a^3b^3}{s^6}+\cdots$$

なる $n-2$ 項の級数で表される．……高々 n 回の試行で l 回成功する確率は

$$\frac{a^l}{s^l}\left\{1+\frac{lb}{s}+\frac{l(l+1)}{1\cdot2}\frac{b^2}{s^2}+\frac{l(l+1)(l+2)}{1\cdot2\cdot3}\frac{b^3}{s^3}+\cdots\right\}$$

なる $n-(l-1)$ 項の級数で表される．」

という定理をあげています．これはモンモールの第二公式と同じです．この定理を用いる点の問題は，『**偶然論**』第 2 版18頁（**事例10**）です．（事例10）の数値は，『籤の測定について』の（**問 2**）の数値と違いますが，この定理を（問 2）の場合に適用しますと，甲の勝つ確率は，$n=9$，$l=4$，$a=3$，$b=2$ とおいて

$$\left(\frac{3}{5}\right)^4\left\{1+\frac{4}{1}\frac{2}{5}+\frac{4\cdot5}{1\cdot2}\left(\frac{2}{5}\right)^2+\frac{4\cdot5\cdot6}{1\cdot2\cdot3}\left(\frac{2}{5}\right)^3+\frac{4\cdot5\cdot6\cdot7}{1\cdot2\cdot3\cdot4}\left(\frac{2}{5}\right)^4\right.$$
$$\left.+\frac{4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}\left(\frac{2}{5}\right)^5\right\}=\frac{1759077}{1953125}\fallingdotseq0.9006$$

乙の勝つ確率は，$1-\dfrac{1759077}{1953125}=\dfrac{194048}{1953125}\fallingdotseq0.0994$ となります．

A．ド・モワブルはこの定理をどのようにして見出したのですか？

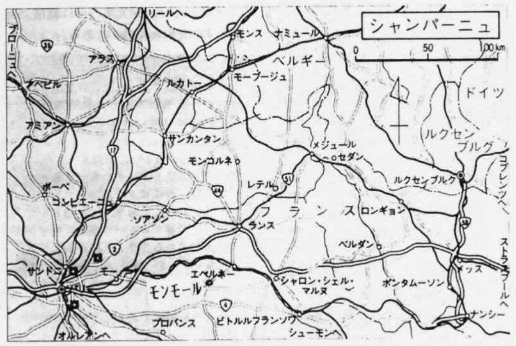
B．はっきりしたことは分かりません．しかし，級数の各項の係数をよく見てみますと，パスカル三角形から求められることが読みとれます．それで，

$$\binom{l}{k}+\binom{l}{k-1}=\binom{l+1}{k}$$

という公式を導いて，次々と帰納的に係数を出していったものと思われます．ですから，負の二項分布はド・モワブルも発見していると言ってよいでしょう．

A．すると，先取権争いが出て来ますね．

B．そうです．しかし，あれ程かたくなにシャンパーニュの領地から外出しなかったモンモールが，久しぶりにパリに出てきて，天然痘に罹り，呆気なく死んでしまいました．それは『偶然論』初版が出てすぐだったので，醜い先取権争いは起らなかったのです．



（図 7 ） モンモールの領地．モンモールの北東約15 km にあるエペルネーは酒都，今も沢山の地下酒蔵がある．

A．モンモールはシャンパンの産地ですね．モンモールはそこで果実酒でも飲んでおれば，天然痘に罹ることもなかったのに不運な人ですね．

B．不運です．しかしモンモールは1715年ロンドンを訪れ，ニュートンに会っています．その折，通訳をしたのがド・モワブルです．負の二項分布を用いる点の問題の解が，1715年以降1718年までに出ていることを考えますと，モンモールとド・モワブルが研究情報の交換をし，お互いにアイデアを出しあったと見るのがよいでしょう．

（あんどう　ひろみ）

不思議な数6174

西山　豊（大阪経済大学）

1．数字中毒のすすめ

今日は，不思議な数6174について話をしよう．最初から最後まで数字しかでてこない．でも，けっして退屈はしないだろう．魅力ある数字だからだ．皆に数字のとりこになってもらい，数字中毒を体験してもらおう．

まず，4 桁の数字をひとつきめなさい．例えば，今年の年1990としよう．この数を構成する 4 個の数字を並べ変えて一番大きい数字と，一番小さい数字を作る．4 桁にならない場合は左側に 0 をうめて 4 桁にする．この場合は，9910と0199である．そこで，この 2 つの差をとると，

9910－0199＝9711

になる．このようにして数字を作り出す操作をカプレカー操作という．D.R. カプレカーはインドの数学者である．

新しくできた数字9711に対してこの操作を繰り返すと，

9711－1179＝8532

になる．以下これを繰り返し，まとめると次のようになる．

最大		最小		差
				1990
9910	－	0199	＝	9711
9711	－	1179	＝	8532
8532	－	2358	＝	6174
7641	－	1467	＝	6174

数字が6174に到達すると，この数字が繰り返される．この数字で循環するのだ．そこで，この数字を核とよぶことにする．どんな数字から始めてもよい．必らず6174の核に到達するのである．疑うなら，別の数字でやってみよう．

5972はつぎのようになる．

最大		最小		差
				5972
9752	－	2579	＝	7173
7731	－	1377	＝	6354
6543	－	3456	＝	3087
8730	－	0378	＝	8352
8532	－	2358	＝	6174

となり，5 回目で6174に到達する．

これは，すべての 4 桁の数字に対してなりたつのだ．不思議だろう．

この現象は，かなり古くから知られているらしい．しかし，後で触れるがカプレカーは1940年代に活躍した人であるから，古代でもないのだろうか．

「活字中毒」という言葉がある．推理小説や趣味の本のとりこになってしまい，どっぷり活字につかってしまうことをいうのである．数学にもこれに似た症状がある．数式や数字のとりこになると「数式中毒」や「数字中毒」になる．中毒はふぐにしても，本にしても，数学にしても，まずその魅力にひかれる．そして，とりこになり抜けだせずどっぷりつかってしまうのだ．魅力がないと中毒にはかからない．

君は，以上の現象に中毒にかかりそうだろうか．これから，この数字の背景について探ってみたい．

2．連立一次方程式

いま 4 桁の数字を $abcd$ とする．この数字が循環性を持つ数字であるためには，並べ変えてできた数字 $dcba$ との差 $ABCD$ が a，b，c，d で表されることである．

$9\geqq a\geqq b\geqq c\geqq d\geqq 0$ として，

$$\begin{array}{r} a\ b\ c\ d \\ -\,d\ c\ b\ a \\ \hline A\,B\,C\,D \end{array}$$

とすれば，各位いの間には次の関係がある．

$D=10+d-a$

$C=10+c-1-b=9+c-b$

$B=b-1-c$　（ただし $b>c$）

$A=a-d$

上式 B で $b>c$ としたのは，つぎの理由による．$b=c$ とすると，

$$(A,B,C,D)=(a-1-d,9,9,10+d-a)$$

となり，a から順にきめて，その値を代入していくと

$a=b=9$

$c=10+d-a=1+d=9$

これを解いて

$d=8$

また，

$d=a-1-d=9-1-8=0$

これは，明らかに矛盾である．

(A,B,C,D) の値に $\{a,b,c,d\}$ の組み合わせを対応づけおのおのについて，検討すればよい．詳細は省略する．そのなかで，

$$(A,B,C,D)=(b,d,a,c)$$

のときが，この連立一次方程式を満たす解となる．これを解いて

$$(a,b,c,d)=(7,6,4,1)$$

を得る．

$$(A,B,C,D)=(b,d,a,c)=(6,1,7,4)$$

であるから，核の数字は6174となる．

3．3桁の数字にも核は存在する

3桁の数字にも4桁の数字の場合と同様な現象がおこることが分かっている．この場合は計算は幾分か楽だ．

いま3桁の数字を abc とする．この数字が循環性を持つ数字であるためには，並べ変えてできた数字 cba との差 ABC が a，b，c で表されることである．

$9\geqq a\geqq b\geqq c\geqq 0$ として，

$$\begin{array}{r} a\ b\ c \\ -\ c\ b\ a \\ \hline A\,B\,C \end{array}$$

とすれば，各位いの間には次の関係がある．

$C=10+c-a$

$B=10+b-1-b=9$

$A=a-1-c$

解は $(A,B,C)=(b,a,c)$ と $(A,B,C)=(c,a,b)$ のいずれかであり，

$$(A,B,C)=(c,a,b)$$

の組み合わせを対応ずけると

$$(a,b,c)=(9,5,4)$$

となる．

$$(A,B,C)=(c,a,b)=(4,9,5)$$

であるから，核の数は495である．つまり3桁の数字で到達する数字は495となる．各自，試してみよ．

4．いくつかの研究

私が，この話を知人から耳にしたのは1975年頃だった．非常に印象的だった．簡単に解けそうなのに意外と計算が複雑であるので未解決のままほおっておいた．

その後，この件に関する雑誌論文を折をみてはコピーしておいたので，それを紹介しよう．

1つ目は，小川恒氏のもので『数学セミナー』のNOTE欄に掲載されたものである（参考文献1）．

4桁の数字が有限回で6174に落着くことを，計算機による実験，分類と合わせて考察している．定理を2つ導いている．

定理1．n を構成する数字が相続く m，$m+1$，$m+2$，$m+3$ の場合には3回で6174に達する．

（例）　5436 (3456)→3087→8352→6174

定理2．n を構成する数字が0以外の偶数2，4，6，8ならば1回で6174に達する．

（例）　6248→6174，4226→6174

そして，$9\geqq a\geqq b\geqq c\geqq d\geqq 0$，$x=a-d$，$y=b-c$ として $9\geqq x\geqq 1$，$9\geqq y\geqq 0$，$x\geqq y$ の54組のすべてについて順次調べた結果，最大9回で6174に達することが確かめられている．1から9999までの数字ですべてが同一の数字からなる場合(1111, 2222, …, 9999)を除く9990個の整数に対して標準形の数，6174に達する回数，その総数の一覧表を示している．

今回，私がその追試をしてみたところ少し数字が違っていた．私の場合は6174に達するのは最大で7回であった．1978年当時の計算機は出だしであり，パソコンにおいても相当の演算時間を要したであろう．参考までに到達回数を示しておく．

	小川（1976）	西山（1990）	
0回	—	1	（注．6174の場合）
1回	384	383	
2回	288	576	
3回	2400	2400	（注．一致）
4回	1560	1272	
5回	1518	1518	（注．一致）
6回	1102	1656	
7回	2112	2184	
8回	114	—	
9回	512	—	
計	9990	9990	

2つ目は，加納幹雄氏によるもので『数理科学』に掲載されたものである（参考文献2）．氏は数字を n 進法 t 桁に拡張している．n 進法 t 桁で表示された正の整数を

$$x=a_1a_2\cdots a_t \qquad (0\leqq a_i<n)$$

とする．この x に対し，表示数字 $\{a_1,a_2,\cdots,a_t\}$ を大きい順に $b_1\geqq b_2\geqq\cdots\geqq b_t$ と並べ，新しい数

$$T(x)=b_1b_2\cdots b_t-b_tb_{t-1}\cdots b_1$$

をつくる．T を最大最小差変換（カプレカー操作のこと）といい，すべての数が何回かの変換で0でない v になるとき，最大最小差変換の核 v が存在するという．そして定理を3つ導いている．

定理1．2桁の場合は最大最小差変換の核は存在しない．

定理2．3桁の場合は，偶数進法なら最大最小差変換の核が存在し，奇数進法なら存在しない．$n=2m$ とおくと，その核は $(m-1)(2m-1)(m)$ となる．

（例）　$n=2m=10$ 進法の場合は $(m-1)(2m-1)(m)=(4)(9)(5)$

となる．

定理3．4桁の場合には，1000進法以下（$n\leqq 1000$）では5，10，40，160，640進法のときに限り最大最小差変換の核が存在し，それらは順に3032，6174，(24)(7)(31)(16)，(96)(31)(127)(64)，(384)(127)(511)(256)である．

$n=5r$ とおくと，その核は $(3r)(r-1)(4r-1)(2r)$ である．

（例）　4桁40進法において

$$\begin{array}{r} (32)\,(23)\,(15)\,(\ 8) \\ -\,(\ 8)\,(15)\,(23)\,(32) \\ \hline (24)\,(\ 7)\,(31)\,(16) \end{array}$$

もう1度変換すれば

$$\begin{array}{r} (31)\,(24)\,(16)\,(\ 7) \\ -\,(\ 7)\,(16)\,(24)\,(31) \\ \hline (24)\,(\ 7)\,(31)\,(16) \end{array}$$

となる．(24)(7)(31)(16)は核である．

3つ目は，和田古左ェ門氏によるもので『話題源数学』に掲載されたものである（参考文献3）．氏によれば，4桁以下のどんな自然数から始めても6174に到達するには，30個の自然数に帰着されるとある．

5．カプレカー操作

D.R.カプレカーについては，M.ラインズの著書に詳しい（参考文献4）．カプレカーは，1940年代に活躍したインドの数学者である．問題の帰結をつぎのように説明している．

一般の4桁数 $abcd$（ただし $a\geqq b\geqq c\geqq d$）をとり，第1回引き算を実行する．

$$\begin{array}{rrrr} 1000a\ + & 100b\ + & 10c\ + & d \\ -1000d\ + & 100c\ + & 10b\ + & a \\ \hline 1000(a-d)+ & 100(b-c)- & 10(b-c)- & (a-d) \end{array}$$

同類項をまとめると $999(a-d)+90(b-c)$ の形に書かれる．さて，$a-d$ は1と9の間の数値をとり，$b-c$ は0と9の間の任意の値をとり得るから，上記の形の数は全部で90個ある．そこで，確認のため数字の表を作成した（表1）．

この表で，$(a-d)\geqq(b-c)$ であるから，右上の54組についてはこの1つ前の数字があることになり，左下の36組についてはこの数字の前には数字が存在しないことになる．

つぎに，第2回引き算を実行するために，表1の数字を大きい順に並べ変えると表2になる．

この表で残るのは，左上の30個の数字である．それ以外は重複しているので調べる必要がない．

30個の数字がどのようにして6174に到達するのかを系統図で示したのが図1である．これで，すべての4桁の自然数が6174に到達することが，一目にして分かるであろう．最大7回で到達することもわかる．それにしても不思議なものだ．これを発見したカプレカーは，よほど頭がいいのか，よほど暇人であるかのどちらかであろう．

$999\times(a-d)$

$90\times(b-c)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	999	1998	2997	3996	4995	5994	6993	7992	8991
1	1089	2088	3087	4086	5085	6084	7083	8082	9081
2	1179	2178	3177	4176	5175	6174	7173	8172	9171
3	1269	2268	3267	4266	5265	6264	7263	8262	9261
4	1359	2358	3357	4356	5355	6354	7353	8352	9351
5	1449	2448	3447	4446	5445	6444	7443	8442	9441
6	1539	2538	3537	4536	5535	6534	7533	8532	9531
7	1629	2628	3627	4626	5625	6624	7623	8622	9621
8	1719	2718	3717	4716	5715	6714	7713	8712	9711
9	1809	2808	3807	4806	5805	6804	7803	8802	9801

表1　第1回引き算後の数

$999\times(a-d)$

$90\times(b-c)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	9990	9981	9972	9963	9954	9954	9963	9972	9981
1	9810	8820	8730	8640	8550	8640	8730	8820	9810
2	9711	8721	7731	7641	7551	7641	7731	8721	9711
3	9621	8622	7632	6642	6552	6642	7632	8622	9621
4	9531	8532	7533	6543	5553	6543	7533	8532	9531
5	9441	8442	7443	6444	5544	6444	7443	8442	9441
6	9531	8532	7533	6543	5553	6543	7533	8532	9531
7	9621	8622	7632	6642	6522	6642	7632	8622	9621
8	9711	8721	7731	7641	7551	7641	7731	8721	9711
9	9810	8820	8730	8640	8550	8640	8730	8820	9810

表2　第2回引き算前の数

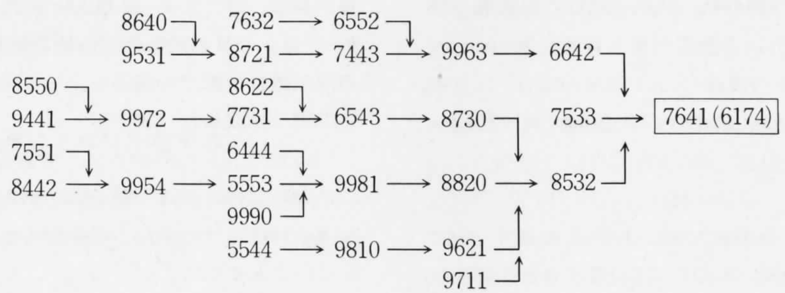


図1．7641（6174）への系統図

6．循環小数

実数には有理数と無理数がある．有理数は分数 n/m（m, n は整数で $m\neq 0$）の形で表せる数をいい，この形で表せない数を無理数という．

実数を小数で表す．有理数は有限小数または循環小数になる．一方，無理数は循環しない無限小数になる．例えば，

$\sqrt{2}=1.41421356237309504880168872420969807\cdots$

$\pi=3.14159265358979323846264338327950288\cdots$

である．

有理数の場合の循環小数について説明する．無限に続く小数で，あるところから先は同じ数字の配列（循環節）が繰り返し現れるものを循環小数という．循環小数を表すときには，循環節の最初のものの両端の数字の頭部に・をつけて，それ以後のものを省略する．例えば，

$$0.7\dot{2}1\dot{4}=0.7214214214\cdots$$

である．この循環小数は，

$$0.7\dot{2}1\dot{4}=\frac{7}{10}+\frac{214}{10^4}+\frac{214}{10^7}+\cdots$$

$$=\frac{7}{10}+\frac{214}{10^4}\left(1+\frac{1}{10^3}+\frac{1}{10^6}+\cdots\right)$$

と等比級数を用いて表され，等比級数の公式を使えば，

$$0.7\dot{2}1\dot{4}=\frac{7}{10}+\frac{214}{10^4}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{10^3}}$$

$$=\frac{7}{10}+\frac{214}{10(10^3-1)}=\frac{7207}{9990}$$

で，分母は $9990=2\cdot3^3\cdot5\cdot37$ である．循環小数は分母の素因数に2と5以外の素数をもつ有理数である．

有理数を分類すると，分母を素因数分解したとき，

$$\begin{cases}\text{有限小数}\cdots 2\text{か}5\text{でできている}\\ \text{純循環小数}\cdots 2\text{も}5\text{も含まない}\\ \text{混循環小数}\cdots 2\text{か}5\text{を含み，それ以外の数も含む}\end{cases}$$

となる．

例えば，$1/4=0.25$ は有限小数であり，$1/7=0.\dot{1}4285\dot{7}$ は純循環小数であり，$1/12=0.08\dot{3}$ は混循環小数である．（$4=2^2$, $7=7$, $12=2^2\cdot3$）

この循環小数をカプレカー操作に対応することができる．数字が3桁と4桁の場合は，有限回の操作でそれぞれ495と6174に到達するから・が1つの混循環小数の形に似ている．

数字が2桁の場合は核が存在しない．例えば28から始めると，

最大		最小		差
				28
82	−	28	=	54
54	−	45	=	9
90	−	09	=	81
81	−	18	=	63
63	−	36	=	27
72	−	27	=	45
54	−	45	=	9

となり，9を中心に 9→81→63→27→45→9 の循環をする．したがって，数字が2桁の場合は，ある範囲の数を循環する・が2つの混循環小数の形に似ている．

7．5桁以上の数字にも核は存在するか

4桁の数字や3桁の数字にカプレカー操作で到達する数字が存在するなら，これ以外の桁の数字についても成り立つような気がする．

5桁の数字についてはどうだろうか．これは，$9\geqq a\geqq b\geqq c\geqq d\geqq e\geqq 0$ として

$$\begin{array}{r} a\ b\ c\ d\ e\\ -\ e\ d\ c\ b\ a\\ \hline ABCDE\end{array}$$

としたとき，(A, B, C, D, E) を $\{a, b, c, d, e\}$ の中から選ぶという条件つき，場合分けの連立一次方程式の問題である．整数解をもとめる問題であるので，根気よく逐次チェックしながら求めてもよいが，コンピュータで探索するほうが早いし楽である．

5桁のカプレカー問題については，すでにコンピュータでかなりの量の計算が行われている．それによると，核は存在せず，すべての5桁の数は次の3つのループに入ることが知られている．すなわち，

71973→83952→74943→62964

75933→63954→61974→82962

59994→53955

である．

念のため，確認計算をした．

一般の5桁数 $abcde$ をとり，第1回引き算を実行する．

$$\begin{array}{r} 10000a+1000b+100c+10d+e\\ -10000e+1000d+100c+10b+a\\ \hline 10000(a-e)+1000(b-d)+0-10(b-d)-(a-e)\end{array}$$

同類項をまとめると $9999(a-e)+990(b-d)$ の形に書かれる．さて，$a-e$ は1と9の間の数値をとり，$b-d$ は0と9の間の任意の値をとり得るから，上記の形の数は全部で90個ある．そして，第2回引き算のため数字を大きい順に並べ変え，重複を省くと次の30個が残る．

$9999\times(a-e)$

$990\times(b-d)$	1	2	3	4	5
0	99990	99981	99972	99963	99954
1	99810	98820	98730	98640	98550
2	99711	98721	97731	97641	97551
3	99621	98622	97632	96642	96552
4	99531	98532	97533	96543	95553
5	99441	98442	97443	96444	95544

表3　第2回引き算前の数（5桁）

30個の数字がどのようにして上記3つのループに入るのかを系統図で示したのが図2である．

6桁あるいはそれ以上の桁数をもつ整数については，桁数の増加とともに急速に退屈な，時間のみを費やすものとなるであろう，とM．ラインズは指摘

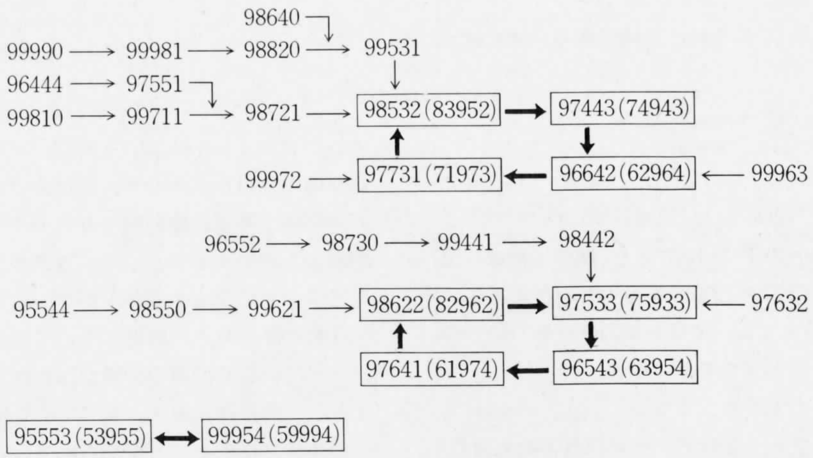


図2．5桁の数の系統図

しているが，数字中毒にかかってしまった私は，コンピュータを浪費することになる．

核の存在にのみ興味があったので，その結果を示すと次の通りである．

	核の数字
2桁 —	なし
3桁 —	495
4桁 —	6174
5桁 —	なし
6桁 —	549945，631764
7桁 —	なし
8桁 —	63317664，97508421

これによると，6桁数や8桁数には核が2つも存在していることになり，この場合は核に到達するケースとループに入るケースが混在することになる．

1ワード＝32ビットのコンピュータでは，整数は32ビットで表されるから，$2^{31}-1$（＝2147483647）のおよそ10桁はじめまで計算は可能だが，πの計算くらべをしているようで，自分も馬鹿馬鹿しくなりやめることにした．したがって，9桁以上の数字については核の存在は不明である．

私はこの問題のルーツを知りたくて，もう少し調べてみることになった．この数の現象は古くから知られているものなのか，それとも最近のことなのかである．幸い，M. ガードナーの著書（参考文献5））にめぐりあい，このあたりの事情がわかった．でも，この本は閉架図書となっていた．

その中で，「中世の数秘術の本にでている」とあるが，氏は冗談の多い人なのであまり信用できない．巻末の説明に「数6174は，インドのデブラリのダッタトラヤ・ラムチャンドラ・カプレカー（Dattatraya Ramchandra Kaprekar）の名に因んでカプレカー定数とよばれる．彼はその重要性を初めて『他の一人遊び』Scripta Mathematica, 15(1949), p. 244～245に表し，その後『数6174の興味ある性質』（1955），『新しい定数6174』（1959），『5桁整数全部からの新しい再帰巡回定数』（1963）を発表している」とある．どうも，このあたりが真相らしい．コンピュータの幕開けとともに脚光をあびた数であるのだろう．

M. ガードナーは，1，2，5，6，7桁にはカプレカー定数が存在しないとしているが，先に示したように6桁の数には2個存在している．数は常に更新されるものであるから，いたしかたないであろう．でも，氏は8，9，10桁についてカプレカー定数を教えてくれている．8桁は97508421，9桁は864197532，10桁は9753086421である．引き算は次の通りである．

$$\begin{array}{r} 98754210 \\ -01245789 \\ \hline 97508421 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 987654321 \\ -123456789 \\ \hline 864197532 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9876543210 \\ -0123456789 \\ \hline 9753086421 \end{array}$$

ここで，9桁と10桁については形が美しいから，直観で求めたものであろう．8桁についてはコンピュータで処理したのだろうか．または電卓と筆算かも知れない．

コンピュータの力を借りなくてもわかる方法があればよい．また機会があれば別の方法で調べてみることにする．興味の残る問題である．

尚，数字中毒患者のためにD. ウェルズの著書をあげておく（参考文献6））．この本には歴史上の興味ある，あらゆる数が書かれている．きっと良薬になるだろう．

8．偶然か必然か

3桁と4桁の場合にのみ成り立つのは偶然なのだろうか，必然なのだろうか．

私は，偶然のような気がする．

以前に次のようなパズルを解いたことがある（参考文献7））．

$$\begin{array}{r} \square\square\square\square\square \\ \times\ \square\square\square\square\square \\ \hline 1\,2\,3\,4\,5\,6\,7\,8\,9 \end{array}$$

この虫食い算パズルで□のなかに数字を入れよというものだが，形があまりにも美しいので，この背景には何か数学上の一大定理がひそんでいるのではないかと期待を胸にふくらませたが，これは，たんなる偶然であることが分かった．このパズルの周辺には

$$\begin{array}{r} \square\square\square\square\square \\ \times\ \square\square\square\square\square \\ \hline 1\,2\,3\,4\,5\,6\,7\,8\,4 \end{array}$$

という問題がゴロゴロ存在していることを確認した．

カプレカー問題は，この虫食い算パズルに類似しているように思える．

コンピュータによるチェックで，6桁にも核が2つ存在していることを知ってしまった私は，少し後悔している．謎は謎として置いておくべきだった．これでは手品の種が半分見えてしまったようなものだ．でも，これを他人に言う場合は5桁以上の数字については伏せておこう．彼にも数字中毒にかかって欲しいし，それが「思いやり」とでもいうものであるからだ．

数学や科学は，歴史上において，意外と「誤解」がその発展を促してきたという側面がある．

先の虫食い算パズルにおいて前者を出せば，解いてみようという気が起こるが，後者の場合は見向きもしないだろう．なぜなら前者はあまりにも美しいからだ．

カプレカー操作によって4桁のすべての数字が6174に到達し，3桁のすべての数字が495に到達することを知っただけで，数学の問題としての魅力は十分である．

これは，たんなる偶然だと，誰が明言できようか．この背景には数論の一大定理がひそんでいるのではと期待する．この期待は「誤解」に終るかもしれない．たとえ「美しい誤解」であっても偶然だとは信じたくないものだ．

このようにして，数学屋の「数字中毒」は生まれ，育くまれ，伝染し，慢性病となっていくのである．

今日のテーマは，これでおしまい．

参考文献

1）小川恒「ある循環性を示す整数（6174の不思議）」『数学セミナー』NOTE欄，日本評論社，1978．3
2）加納幹雄「6174の不思議を追って」『別冊・数理科学』「パズル」V，サイエンス社，1980.10
3）和田古左ェ門「自然数6174の不思議」『話題源数学』東京法令出版，1989.10
4）M. ラインズ，片山孝次訳「数6174の特性とは何か」『数—その意外な表情』岩波書店，1988．2
5）M. ガードナー，一松信訳『メイトリックス博士の驚異の数秘術』紀伊國屋書店，1978.10
6）D. ウェルズ，芦ケ原伸之・滝沢清訳『数（すう）の辞典』東京図書，1987.12
7）西山豊「美しいパズル」『くらしのアルゴリズム』ナカニシヤ出版，1989．4

（にしやま　ゆたか）