



折り紙六角形

西山 豊 (大阪経済大学)



1. 隠された第3の面

スーツの内ポケットから小道具をさりげなく出す。10センチ大の六角形の紙切れだ。この用紙にはあらかじめ色を塗っておく。

「君、これ何色？」
とたずねる (図1)。
「青です」

「そう、青色だね」
手のひらを裏返し、またたずねる (図2)。

「これは何色？」
「赤です」
「そうそう、赤色だね、よく分かるね」

図1と図2を繰り返す。「青、赤、青、赤、…」と言わせる。そこで手元で少し操作をして、青の面を見せながら、

「この裏は何色？」
と、たずねてみる。
「赤です」

と、答える。ところが「赤ではなく、黄でした。残念でした」

ゼミ生は不思議がる。表裏の2面しかないと思っていたのに3つ目の面が出てきたからだ。2枚の紙を重ねて持っているのでは、と探りをいれる。そこで、1枚しかないと確認させる。手元で操作し

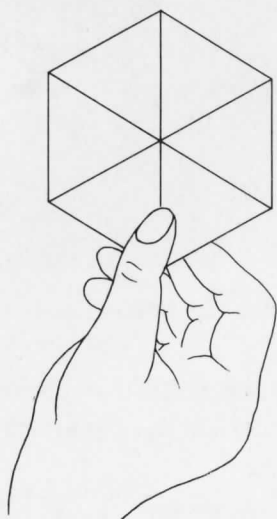


図1 表

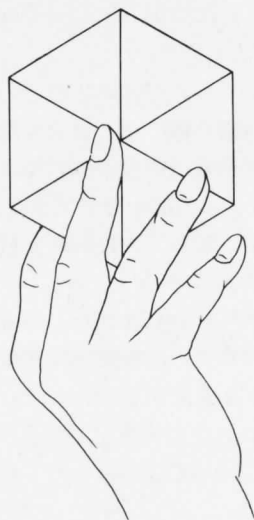


図2 裏

て、黄色の面を見せながら、「じゃあ、この裏は何色？」ここで意見が分かれる。「赤色」と「青色」のどちらかに。

このようにしてゼミ生をからかうのも結構楽しいものだ。しかし、逆襲もある、私がゼミ生に試されることもある。講義は一方通行だが、ゼミナールは両方向で会話があって面白い。そこがいいのだ。

「信号は、青、黄、赤の3つあるだろう。だから安全なのだ。青から赤いきなり変われば大変だ。だから黄色があるのだ」と独り言をいう。

信号機の青は、実際は緑色をしていることが多い。自動車免許をとる場合、正直に「みどり」というと、これは駄目である。緑をわざわざ「あお」と言わせていると教習所の教官に教えてもらった。この冗句が面白かったので、いまだに覚えている。

人間の目には青よりも緑のほうがやさしい。だから「信号機の青」はそうになっているのだろう。脱線をしている余裕はないので、先に進む。

2. 作って見ないと駄目

「今日は、このパズルを作ってみよう」と言って、工作にとりかかる。まず、作り方の説明を書いたプリント(図3~図6をB4用紙に記入したもの)を配る。そして画用紙を短冊状に細長く切ったものを全員に配る。定規、コンパス、はさみ、のりを何人かが共用するように指示して渡す。

1辺が5cmの正三角形を9個横に並べたもののりしろをつけたのが、このパズルの展開図である(図3)。これを画用紙に作成するのだが、出来あがるまでの時間に個人差ができる。

寸法を測って丁寧に作っているゼミ生がいる。それをしていると時間がないので、ヒントを与える。

「説明用のプリントの後ろに画用紙を重ね、コンパスの針で印をつければ早くできるよ」と言えば、

「ああ、そうか、そうか、そのほうが、効率いいや」と納得する。ポイントする点は全部で13個ある。点の位置がきまれば、あとは定規で線を引けばよい。そして、この線に沿ってはさみで画用紙を切る。

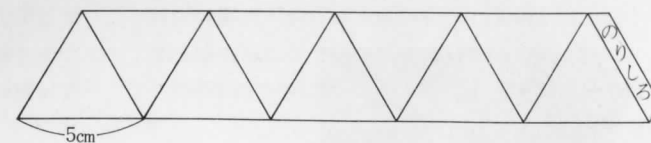


図3 展開図

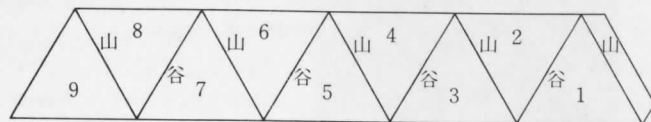


図4 鉛筆で番号を記入する

もっと手早くするために、説明用のプリントをいきなり切る者もある。一時しのぎとしてはこれでもよいが、時間があれば画用紙で作ることをすすめる。

ここからが問題。折り曲げ方が重要であるから鉛筆で1から9まで数字を薄く書いておく(図4)。出来あがれば、この数字を消せばよい。画用紙に山、谷の折り目をいれておく。ボールペンできつく線を書くと折り目がつけやすい。何回か折り曲げて、画用紙にくせをつけておく。

そして、ここからが一番難しい。図4のままの状態で、2と3の間を山折り、5と6の間を谷折り、8と9の間を山折りにする。すると、1と2、7と8が表側に、3と4、9が裏側にくるようになる。図5と図6にその状態を示したが、このような配置になっていれば1と9をのりで接着する。

自信がないなら、のりづけする前に次に説明する操作をして、うまくいっていることを確かめてからすること。

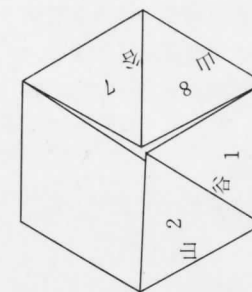


図5 表側

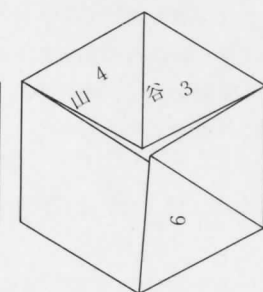


図6 裏側

1と9をのりで接着

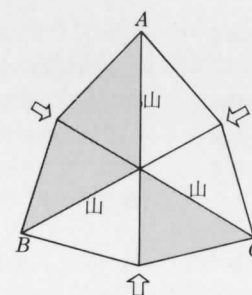


図7

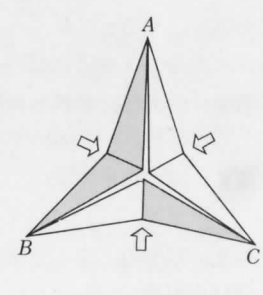


図8 中心から新しい面が現れる

3. たたみかえ操作の手順

六角形の中心と3つの頂点A、B、Cとを結ぶ線が山になるようにして図7のように折る。残りの3頂点を下側で1点に集めるようにすると、今まで中心であった所が開いて第3の面が現れる(図8)。

うまく作動しないようだったら、折り方に間違いがあるか、頂点A、B、Cの選び方に間違いがあるかのどちらかであるので確かめる。

以下、同じ操作を繰り返せば、3つの面が巡回的に現れるのがわかる。3つの面を持っているので「3面折り紙六角形」と呼ばれている。

3つの面が順調に出るようだったら、1から9ま

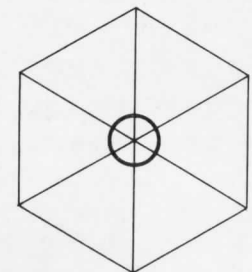


図9

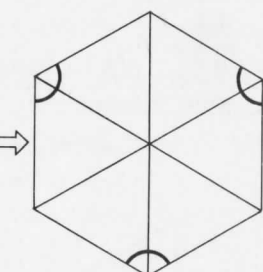


図10 中心の印が周辺に移る

で記入した数字を消す。そして、鉛筆で第1面に1の数字を、第2面に2の数字を、第3面に3の数字を書いて、面が隠れたり現れたりするのを確かめる。

また、図9のように中心のまわりに円を書いておくと、別の現れ方では3つの頂点に分かれた形となる(図10)。図9と図10は3つの面の幾何学的なつながりを説明してくれている。

絵を描くのが上手なものには、色による塗り分けだけではなしに、漫画を描くことをすすめる。漫画やイラストにより、折り紙六角形が一段と楽しいものになるから。

4. 4面の折り紙六角形

以上、折り紙六角形の作り方と操作の仕方を説明してきたが、面の数を数字の上で確認してみよう。

図3において、正三角形の数は9個あったが、表裏をあわせると、

$$9 \times 2 = 18 \text{個}$$

になる。正六角形は正三角形が6個できてから、

$$18 \div 6 = 3 \text{面}$$

すなわち折り紙六角形に3つの面があることが、数字の上でも確認される。

4つの面についても、折り紙六角形が可能である。その展開図を示しておこう(図11)。これは「4面折り紙六角形」と呼ばれている。この場合、正三角形の数は12個あり、表裏をあわせると

$$12 \times 2 = 24 \text{個}$$

になる。正六角形の数は

$$24 \div 6 = 4 \text{面}$$

となり、数字の上でも確認される。

図11の点数で示したところを、同じ向きのらせん状になるように折れば図3と同じ形になるから、「3面折り紙六角形」の折り方を適用すればよい。

4面折りは、ゼミ生が3面折りの工作に熱中している時そっと用意し、時間の終りにゼミ生に披露する。配布した説明用プリントでは3面しかできないのに、どうして4面ができるのだろうかという疑問を持つ。

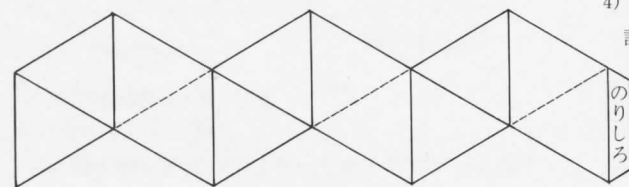


図11 4面折り紙六角形の展開図
(点線を折ると図3と同じ形になる)

そして、その折り方があるのなら、それを知りたくなる。疑問や好奇心が教育の原点であるのだ。

4面の場合、3面のときのように巡回的には現れない。でも4面できるのは確かなので、挑戦してみたい。

5. いろいろのパズルか

今回のパズル紹介は、池野信一「たたみかえ折り紙」『数理科学』(参考文献1)による。なかなか面白い遊びであるので毎年ゼミ生にやらせている。上記文献によれば、「折り紙六角形が考え出されてから今年でちょうど40年になる」とあるから、今から55年前ということになる。このあたりの事情は参考文献2)、3)に詳しいとある。氏は、さらに高度な折り方も示してくれている(参考文献4)。

このパズルは、折り曲げの操作が頻繁にはいるので、画用紙が摩耗しやすい。百回以上も遊べばちぎれてしまう。商品化されにくい理由はこのあたりにある。

私が玩具店でこのパズルを見かけたときはビニール製であった。ビニールは紙に比べて強いが、少しごわごわしていた。この遊びは、既製品を買うのではなく、やはり、紙で作って楽しむものの一つであろう。

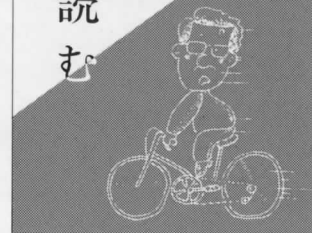
最近の玩具は、外見ばかりよくて値段が高く、あまり面白くないのが目立つ。それに比べてこのパズルは、紙とはさみとのりで手軽にでき、結構遊べる。だから、それだけ、このパズルが新鮮に映るのだ。これからも伝承していきたいものだ。

参考文献

- 1) 池野信一「たたみかえ折り紙」『別冊：数理科学、パズルIV』サイエンス社、1975.10
- 2) M. ガードナー『現代の娯楽数学』白揚社、1960
- 3) M. ガードナー『新しい数学ゲームパズル』白揚社、1966
- 4) 池野信一「10面折り紙4角形」『数学セミナー』日本評論社、1974.4

(にしやま ゆたか)

数学史を読む



ぼくはときどき、ガロアやアーベルはどんな声で話したんだろうと考えることがある。ガロアの方はカン高い声でしゃべりまくり、アーベルの方はもの静かなムードでボソボソ話すというのがいい気がするが、ひよっとするとまったく逆だったりしてアッとおどろくのではと考えたりもする。リーマンやポアンカレについてはそうオシャレというイメージはなじまないが、クラインとなると低めのトーンでもったいぶっているながら本質的にはオシャレだったという感じがする。

エジソンが蓄音器を発明するのは1877年だから、ガウス、ガロア、アーベル、リーマンなどについては絶望的だが、ポアンカレやクラインならその声が残っていても不思議ではない気がする。とはいうものの、ぼく自身が声を聞くことのできたもっとも古い数学者はポアンカレでもクラインでもなく、そのつぎの世代のリーダー、ヒルベルト(David Hilbert, 1862-1943)であった。

1930年9月、ケーニヒスベルク(現在のカリニングラード)で開催された研究集会の機会に、ヒルベルトは故郷のこの町から「名誉市民」の称号を送られることになり、

「自然認識と論理(Naturerkenntnis und Logik)」という講演をおこなっている。当時68歳、ゲッチンゲン大学を退官したばかりのヒルベルトは(レーニンのような風貌で)、自然と思考のもつアナロジーを説明するための「形式主義」的プログラム(たとえば公理主義的方法など)について、ケーニヒスベルク出身の哲学者カントの「威光」を気にしながらわかりやすくPRしているようだ。もちろん「純粋数学」のキャンペーンも忘れはしない。とくに、

「純粋数論はいまのところどんな応用もない数学の分野です。でも、ガウスが数学の女王とよび、ガウスやほとんどすべてのすぐれた数学者たちが賛美した

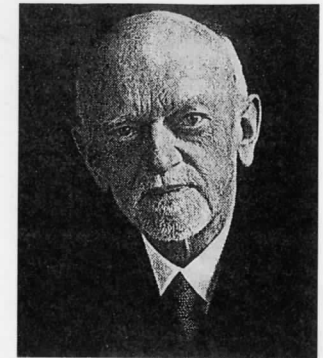
ヒルベルトの声

分野、それこそ数論なのです。」というセリフは印象的だ。ストリング理論の登場以来「純粋数論」はその「純粋性」の故に物理学の先端と相互作用しはじめており、ヒルベルトの思いがようやく現実化への一歩を踏み出したという感じがする。

ところでこの講演は4分間ほどに圧縮されてラジオ放送にのせられたという。しかも、この4分間はレコードに収録されて残されている。このレコードを聴いてみると、「表題」も語られないで突然

Das Instrument, welches die Vermittlung bewirkt zwischen Theorie und Praxis, zwischen Denken und Beobachten, ist die Mathematik; …(理論と実践の間、思考と観察の間の媒介となる道具、それは数学です。)

というけっこう若い声が出てくる。高木貞治がヒルベルトの話として「予は人間の無究の進歩を確



ヒルベルト

信する。そもそも人間の歴史の五千年などは時の無究に比べて零である。…この後無究の歳月に於て我々は無限に進歩するのである」とのべたと伝えていることからく印象ほどには「元気」ではないかもしれないが「進歩」を信じていることは明らかだしそれがこの4分間によく表現されている。

Statt des töricht Ignorabimus heiße im Gegenteil unsere Losung: Wir müssen wissen, Wir werden wissen. (愚かな不可知論のかわりに、これとは逆にわれわれの合い言葉を叫ぼう: われわれは知らねばならない。われわれは知るであろう。)

というセリフで終わっているのだが、慣れない録音作業のせいかなや単調なと、Wir werden wissenの部分がちょっと笑ってしまった感じでNG的だ。とはいえ、そこがいいという気もする。そういえば、ゲッチンゲンの墓地(Stadtfriedhof)にあるヒルベルトの墓にも

Wir müssen wissen,

Wir werden wissen.

の「合い言葉」が刻まれていた。これを読んだときに、ぼくは、レコードのヒルベルト、ちょっとテレながらこれを語るヒルベルトを思い出してなつかしい気分になってしまった。(山下 純一)