

図形の折りたたみ

西山 豊

私がヘキサフレキサゴンというパズルの面白さを知ったのは、雑誌『数理科学』に載っていた池野信一氏の記事である。このパズルは「オリガミ六角形」などと訳されている。ずいぶん昔のことであるが今でもその感動と新鮮さは色あせることはない。

これは正六角形の形をした折り紙で、たたみ変えていくと次々と新しい面が出てくる不思議なパズルで、日本古来からある「びょうぶがえ」などのオモチャに類似している。六角形は表と裏の2面しかないように思われるが、図1のように隣接する2つの三角形を指でつまんでいくと、真ん中から新しい3面目が現れてくるというのだ。あら不思議！ どうしてなのだろうか？

ここでは、このパズルの作り方、動作の仕方、原理などについて紹介しておこう。

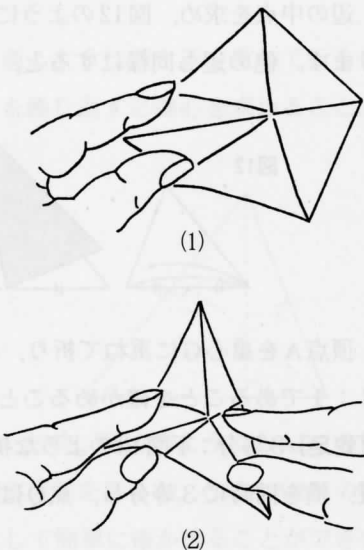


図1 オリガミ六角形

一辺が6センチの正三角形を次ページの図2(1)のように横に10個並べる。コンパスと定規で作図してもよいが、パソコンを使ってVisual Basic言語でプログラムを作成したほうが正確に描ける。また画用紙より普通のコピー用紙で作ることをすすめたい。コピー用紙は薄いけど意外と強く折り曲げの操作で破れることがない。

3面折りの型紙は正三角形が10個のつながりでできている。右端のひとつはノリづけのためにあるので、実際は9個の正三角形がパズルに関係している。正三角形は裏表の2面あるから、 $9 \times 2 = 18$ で合計18個の三角形があることになる。一方、正六角形の面は正三角形が6個できているから、 $18 \div 6 = 3$ で3面折りのものができることが数字の上からはなりたつ。

数字の上で勘定が成り立っても、どういう折り方をすればよいかが肝心であるが、その説明は紙面の都合上難しいので正しい折り方だけを説明しておこう。

a-bの線にそって谷折りし(図2(2))、c-dの線にそって谷折りし(図2(3))、<のり>の下をくぐらせてe-fの線にそって谷折りして、のりづけをする(図2(4))。谷折りを3回したことになるから $180^\circ \times 3 = 540^\circ$ ひねったことになる。メビウスの帯は180度ひねりであるが、どちらも180度の奇数倍ひねりであるので、裏表のない平面である。ひねり方は向きを統一しておけば右ねじ、左ねじのどちらでもよい。

できあがったものは線にそって谷折り山折りの両方向によく折り曲げておくこと。図1のように隣接する2つの三角形を親指と人差し指でつまんでいくと、真ん中から新しい面が自然と現れてくる。もし出てこなかったら、無理に引っ張らずに三角形を1つずらして(中心角で60度)みることだ。それでも出てこないようだったら、作成が間違っているの図2にしたがってもういちど作り直してほしい。

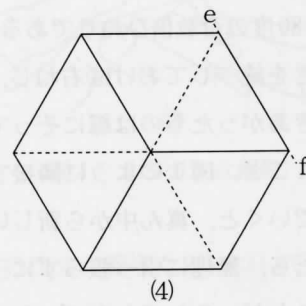
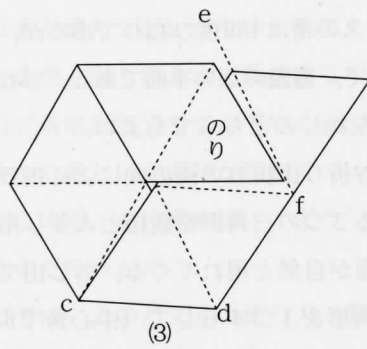
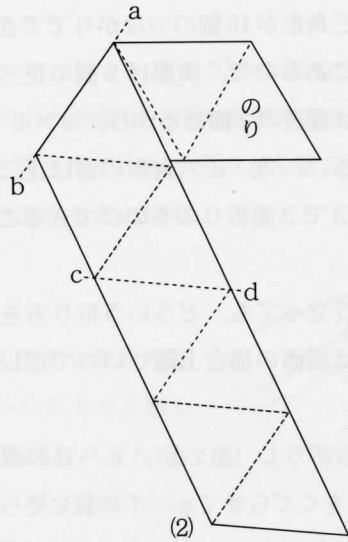
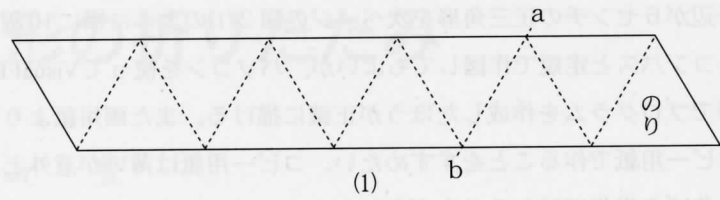


図2 折りたたみの手順

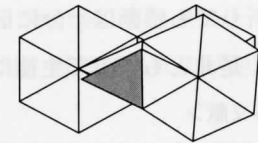
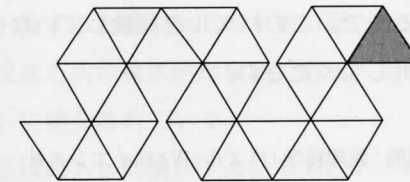
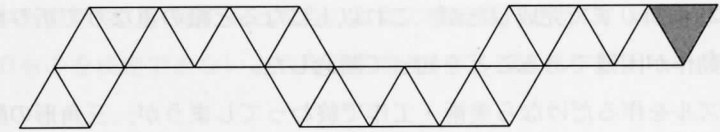
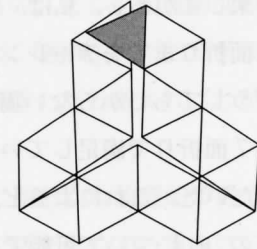
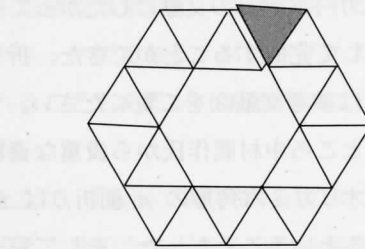
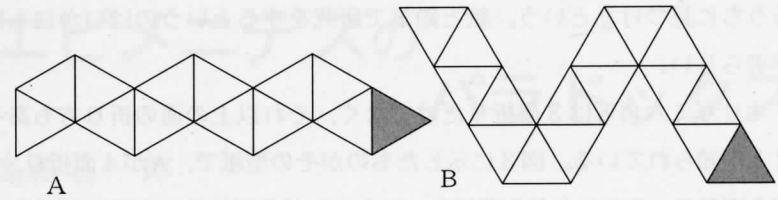


図3 多面折りの型紙 (4面~7面, 参考文献(2)より)

ヘキサフレキサゴン (Hexa-Flexagon) は、A.H.ストーンが1939年、プリンストン大学の大学院生だったときに発見したものである。彼がアメリカに留学したとき、大学のルーズリーフがイギリスのものより一回り大きいので、そのはみ出したものを切り取って、折りたたんで遊んでい

エピメニデスの パラドックス

高橋昌一郎

●パラドックスとは何か

「不思議な数学」で「論理に関するもの」として代表的なのは、やはりパラドックスである。パラドックスは、「逆説」や「二律背反」などと訳されることもあるが、論理的には「矛盾」だと考えればわかりやすいだろう。

ただし、「AかつAでない」のように明らかな論理的矛盾ではなく、一見すると非のうちどころのない論法で話を進めているのに、なぜか結論が矛盾するような話を指すことが多い。これには、一見すると嘘のようで本当の話や、一見すると本当のようで嘘の話、さらに、論理的に真偽そのものを決定できないような話も含まれている。

●嘘のようで本当の話

一見すると嘘のようで本当の話として思い浮かぶのが、チューリッヒで起きた次の驚異的な実話である。この話は、野崎昭弘氏の『逆説論理学』に紹介されている。^[1]

「私は成人した娘が1人いる未亡人と結婚しました。私の父は、私のところによく来ていたのですが、私の義理の娘に恋をして、結婚しました。ですから私の父は私の義理の息子になり、私の養女は私の母になりました。…何ヵ月かして、私の妻は男の子を産みました。その子は私の父の義弟であり、また私の叔父でもあります。私の父の妻、つまり私の養女も、男の子を産みました。そこで私には弟と妹が同時にできたことにな

るうちに見つけたという。紙と鉛筆で研究をするというのはいかにも数学者らしい。

オリガミ六角形は3面折りだけでなく、それ以上の面の折り方もあることが知られている。図3に示したものがその型紙で、Aが4面折り、Bが5面折り、Cの左右が6面折り、Dの3つが7面折りである。興味をもたれた読者はこの型紙を拡大コピーして試してみるとよい。ここにはパズルを解く楽しさがある。私は、M.ガードナーの文献にしたがって4面折りから7面折りまでをチャレンジして完成することができた。折り方の手順がどうしてもわからない場合は参考文献(3)をご覧ください。

その後、7面折りで満足していたところ中村義作氏から貴重な資料を送っていただいた。これによると、オリガミ六角形の n 面折りは $n \geq 3$ のすべての n について可能であるということだった。そして驚くべきことに数学で証明されているのだ。私はコピー用紙を使ってノリづけして20面折りまで完成したが、これ以上になると紙の重なりで折りたたみの動作が困難であることを知って断念した。

パズルを作るだけなら美術・工作で終わってしまうが、三角形の配置や現れる順番を考えると数学的な要素がいっぱい詰まっている。基本の3面折りでも感動は十分に伝わるので、このパズルを経験していない読者は、是非とも作って生徒に紹介してください。

<参考文献>

- (1) 池野信一「たたみかえ折り紙」『別冊：数理科学「パズル」IV』サイエンス社、1979
- (2) M.ガードナー「オリガミ六角形」『現代の娯楽数学』白揚社、1960、p13-p28
- (3) 西山豊「オリガミ六角形の多面折り」『大阪経大論集』Vol. 50, No. 1, 1999, p353-p378
- (4) Joseph S. Madachy, *Madachy's Mathematical Recreations*, Dover, 1979

(大阪経済大学教授)