

15ヘキサフレクサゴン

西山 豊

1 新しい面が出てくる

ヘキサフレクサゴンという数学パズルがあります。これはイギリスの数学者アーサー・ストーンが1939年に考案したもので、ヘキサは6、フレクサゴンは折り曲げが可能なものという意味で、日本語では「オリガミ六角形」または「たたみかえ折り紙」と訳されています。

図1のように親指と人差し指で隣り合った2つの三角形をつまむと、真ん中から新しい面が現れてきます。表と裏の2つの面しかないと思われそうですが、3つ目の面が現れてくるのです。これは「メビウスの帯」と同じように表と裏の区別がない1つの平面だからできるのです。メビウスの帯は、帯を180°ひねってのりづけしたのですが、ヘキサフレクサゴンは180°の3倍（奇数倍）である540°ひねってのりづけしたものです。

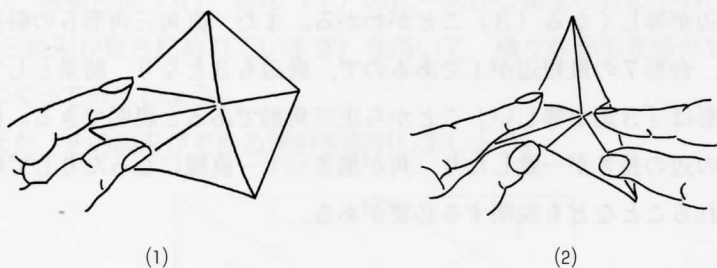


図1 新しい面の出し方

フレクサゴンのつくり方を図2で説明しましょう。型紙は1辺が6cmの正三角形を図2(1)のように10個横に並べたものです。コンパスと定規で作図することもできますが、パソコンでかくことができます。10個の三角形のう

ち右端の1個はのりづけのためのもので、実際は9個の三角形がパズルに関係しています。三角形は表と裏の2面ありますから、全部で $9 \times 2 = 18$ 面の三角形ができます。一方、フレクサゴンの六角形は、6個の三角形でできていますから、 $18 \div 6 = 3$ で、六角形のものが3面できることになります。

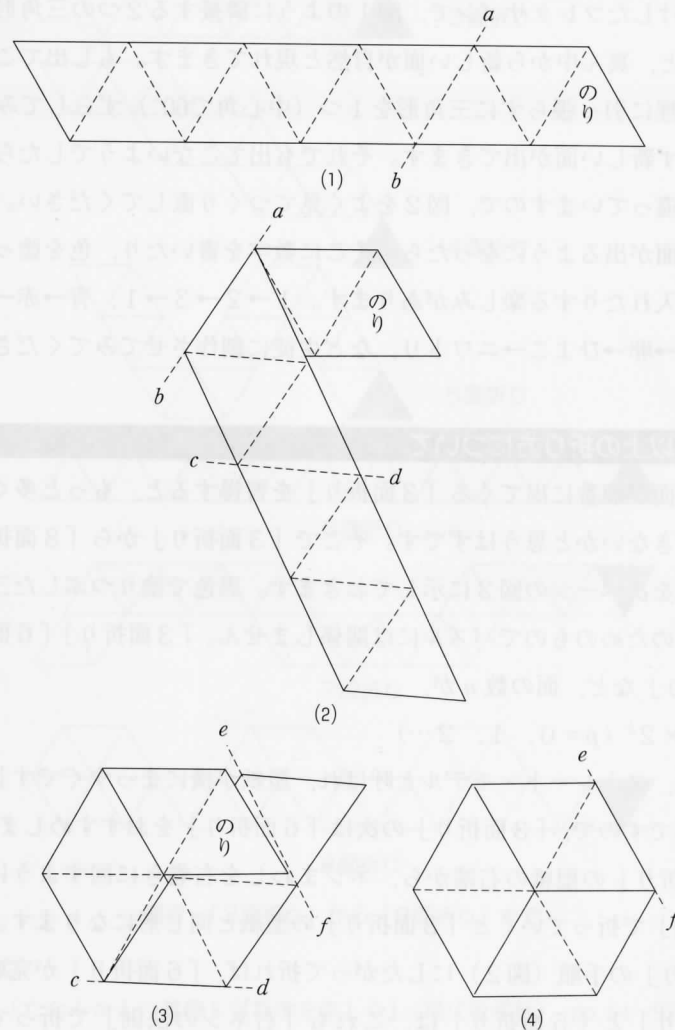


図2 折りたたみの手順（3面折り）

この型紙は、 $a-b$ の線に沿って谷折りし（上に曲げ、図2(2)）、 $c-d$ の線にそって谷折りし（上に曲げ、図2(3))、「のり」の下をくぐらせて $e-f$ の線にそって谷折りして（上に曲げ）、のりづけをします（図2(4)）。谷折りを3回したことになりますから、 $180^\circ \times 3 = 540^\circ$ ひねったことになります。

のりづけしたフレキサゴンで、図1のように隣接する2つの三角形をつまんでいくと、真ん中から新しい面が自然と現れてきます。もし出てこなかったら、無理に引っ張らずに三角形を1つ（中心角で 60° ）ずらしてみてください。必ず新しい面が出てきます。それでも出てこないようでしたら、つくり方が間違っていますので、図2をよく見てつくり直してください。

3つの面が出るようになったら、そこに数字を書いたり、色を塗ったり、さし絵を入れたりする楽しみがあります。1→2→3→1、青→赤→黄→青、ニワトリ→卵→ひよこ→ニワトリ、など生徒に創作させてみてください。

2 4面以上の折り方について

3つの面が順番に出てくる「3面折り」を習得すると、もっと多くの面のものができるかと思うはずですが。そこで「3面折り」から「8面折り」までの型紙を次ページの図3に示しておきます。黒色で塗りつぶした三角形はのりづけのためのものでパズルには関係しません。「3面折り」「6面折り」「12面折り」など、面の数 n が、

$$n = 3 \times 2^p \quad (p = 0, 1, 2 \dots)$$

のものは、ストレート・モデルと呼ばれ、型紙が横にまっすぐですし、折り方も簡単ですので、「3面折り」の次は「6面折り」をおすすめします。

「6面折り」の型紙の右端から、ネジまわしを右巻きに回すように「右ネジの法則」で折っていくと「3面折り」の型紙と同じ形になります。そこで、「3面折り」の手順（図2）にしたがって折れば、「6面折り」が完成します。「4面折り」と「5面折り」は、これも「右ネジの法則」で折っていくと「3面折り」の型紙と同じ形になります（詳しくは参考文献をご覧ください）。

「3面折り」では、新しい3つ目の面が出てくることに生徒たちは感激するでしょうし、「6面折り」では、試行錯誤をしながら6つの面を出すことに熱中するでしょう。6つの面がすべて出るようでしたら、どういう順番で面が出てくるのかのダイヤグラム（推移図）をつくらせるのもよいでしょう。

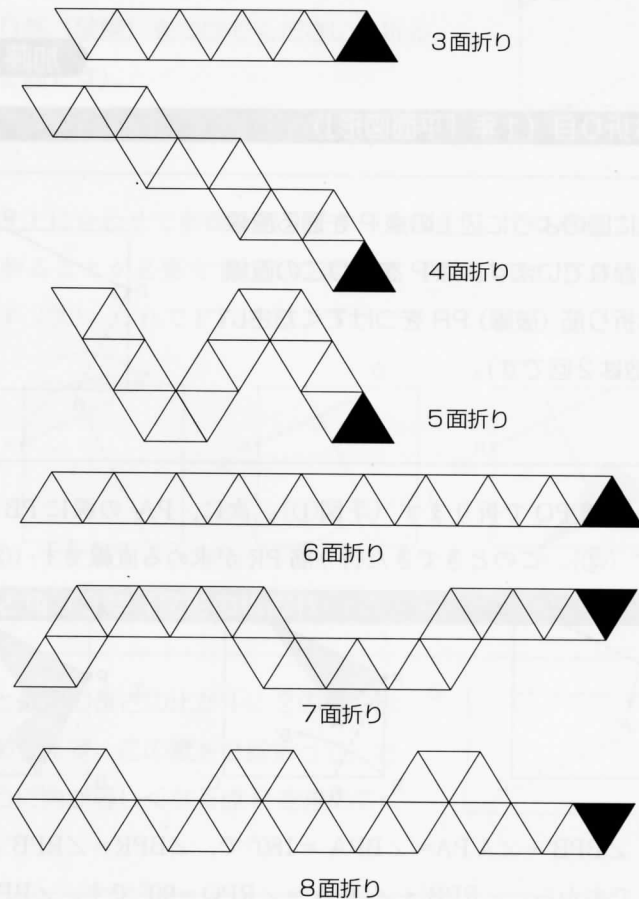


図3 「3面折り」から「8面折り」まで

〈参考文献〉

・西山豊「たたみかえの数理」(『数学を楽しむ』(現代数学社), pp. 84~93)

(大阪経済大学)