

セパタクローの半径

西山 豊 (大阪)

埼玉県の大沢重憲さんから、セパタクローの材料と解説書が送られてきた(図1)。本物のセパタクローではないが、原理的にはこれにかなり近いものだ。材料としてポリプロピレン製の荷造り用テープを使う。56cmの長さで6本あればよい。サッカーボール(図2)には個人的には思い入れが大きいので、すぐに作ってみた。



図1 セパタクロー 図2 サッカーボール

作り方のコツは、3本のテープが互いに締めあうように「三すくみ」の関係になっていること(図3)、そして5本のテープが正五角形を作るようにすることだ(図4)。正五角形の部分は空洞になり、テープの通過した個所が正六角形を形作っている。これはおなじみの準正32面体である。

6本目のテープはどこから通してもよく、「三すくみ」と正五角形を意識していれば、

自然とできあがっていく。セパタクローは完成品を贈答としてもらうより自分で作っていくことの楽しさがある。遊びながら正多面体や準正多面体の勉強ができる格好の教材である。

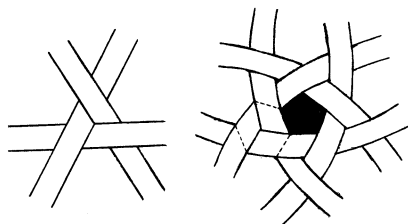


図3 三すくみ 図4 正五角形を作る

さて私は面白がっていくつも作っていると、もっと大きいのができないかと欲が出てきた。テープの長さを2倍にするとボールの半径が2倍のものできるのではと期待するが、ちょっと考えてみると、いくら長くしても駄目でボールの半径はテープの幅に依存するという意外な事実気づく。

以下、簡単な計算方法を紹介しておこう。まず始めに、テープの幅を d としたとき、そのテープがボールを1周したときの長さ L を求めてみよう。これは、正六角形を10個分を通過したことになるから(図5のAからBまで)、

$$L=10\sqrt{3}d \quad (1)$$

となる。係数の値は約17.3である。荷造り

用テープの幅 d に15ミリを代入すると長さ L は約26センチとなる。この関係式はテープの長さをどのくらいにすればよいかの概算に使うとよい。

ボールの半径 r は次の関係式

$$L=2\pi r \quad (2)$$

から近似できる。

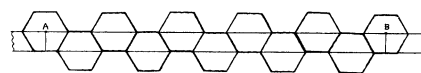


図5

式(1)と式(2)から、半径 r はテープの幅 d に依存していることが理解できる。つまり、半径を2倍にしたければテープの幅を2倍にしなければならない。

さて、ボールの半径を正確に計算するためにサッカーボールと関係の深い準正32面体を想定してみよう(図2)。これは正五角形が12個、正六角形が20個の合計32個でできた多面体であるが、よく眺めてみると図5で示したものは正確な周長ではなく、図6のように正六角形と正五角形を交互に通過したコースが大圏コースであることになる。この場合の周長(L')を計算すると、

$$L'=\left\{8+\frac{4\sqrt{3}}{3}(1+\sqrt{5+2\sqrt{5}})\right\}d \quad (3)$$

となる。係数の値は約17.4になり、先ほどの値より少し大きめだ。

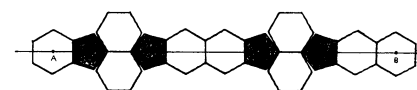


図6

また、テープの幅 d から準正32面体の表面積を先に求めて、それから半径 r や周長 L を求める方法もある。準正32面体に外接する球を考えて、球の表面積 S と半径 r の関係式、

$$S=4\pi r^2$$

から r や L が逆算される。いずれの計算結果も実際のセパタクローとよく一致していた。

以上は幾何の練習問題としてもよいし、大学入試問題に出題すれば良問になるだろう。

(大阪経済大学)

●道数協冬期研究会(合宿研)●

日時 12月26日(水)～27日(木)

場所 札幌市内あけぼの旅館

内容 小中高のカリキュラム関連について

参加費 1000円

連絡先 道数協事務局 堀岡 武

☎・FAX 011-898-0234

〒004-0001 札幌市厚別区厚別東1-3-4-31