

●こ・そ・あ・ど／んなこと● ～投稿のページ～

出会いの確率

西山 豊 (大阪)

あるバラエティ番組から確率についての質問がきた。新米タレントAが某テレビ局前の交差点で有名タレントBが信号待ちをしているのに偶然出会ったというが、この確率はどれくらいなのかというのだ。また、Aが別れた彼女と映画館で出会う確率という軟弱な質問もあった。どちらも出会いの確率を求めよという問題である。

不確定な要素が多いので解けませんと言って断ろうかと思ったが、これでは情けないので少し考えてみることにした。

信号で出会うのは、あまりにも偶然性が大きいので、AとBがテレビ局で出会う確率を求めてみた。テレビ局へ行く頻度について聞いてみると、Aは週に1回、Bは月に1回程度であるという。

週に1回、月に1回ということは、年にして50回、12回ということである。1年は365日であるから、カレンダーにAが50日分、Bが12日分丸印をつけたとき、重なる日がどれくらいであるかという確率の問題になることに気づいた。

ところが、このような例題は受験参考書や問題集には出てこない。宝くじやサイコロばかりである。苦労した結果、これはト

ランプ52枚があるとき、Aが10枚引いて元に戻し、Bが5枚引いたとき、A、Bが引いたカードの中に少なくとも1枚同じカードがある確率はいくらかという問題と同じであると気づいた。

私は確率の問題が苦手だ。確率を真剣に解いたのは30年以上も前の受験生の頃で、現在の私の数学レベルは高校1年生と同じである。

一番てっとり早いのは数え上げによる方法である。トランプ52枚は多すぎるので、5枚からはじめた。トランプの5枚に1,2,3,4,5と番号を付けてA、Bがカードを引いたとき、同じカードが含まれる確率を表にした。カードの枚数を増やして行って52枚にした。この作業は、現在はパソコンがあるので表計算ソフトを使えば容易である。しかし、このことが問題を余計に複雑にしてみました。そして、答えを見つけるのに一週間もかかった。

52枚のカードからAが10枚引いて元に戻しBが5枚引いたとき、同じカードが少なくとも1枚含まれる確率は0.67となった。引いたカードの合計数  $10 + 5 = 15$  枚は全体数52枚の  $\frac{3}{4}$  もないのに、確率が0.6を超えるというのは驚きであった。

◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇

もっと簡単に計算できるはずだと考えた私は、確率に詳しい知人に問い合わせた。すると、これは「超幾何分布」という

●こ・そ・あ・ど／んなこと● ～投稿のページ～

節で、フェラーの『確率論とその応用 I・上』に詳しく説明されているということだった。数式で書くと、

$$1 - \frac{{}_{52-10}C_5}{{}_{52}C_5} = 0.67$$

となる。

あつけない決着にがっかりした上、この本にはもっと有益なことが載っていると教えられた。最尤推定法と呼ばれるもので、母集団の大きさを求めるための一つの手法とされている。環境保護のために魚や鳥などの調査のために用いられているというのだ。

上式は組合せの公式しか使っていない。私はもういちど高校数学 I の教科書を読み直して見た。あるではないか、これと同じ問題が！

箱の中に4個の赤玉と6個の白玉が入っている。この中から2個を取り出すとき少なくとも1個の赤玉が含まれる確率はいくらか。

10個の中から2個取り出す組合せは ${}_{10}C_2$ 通りで、赤玉が1個も含まれない、つまり白玉から2個取り出す組合せは ${}_6C_2$ 通りである。したがって赤玉が少なくとも1個含まれる確率は、この余事象として、

$$1 - \frac{{}_6C_2}{{}_{10}C_2} = 1 - \frac{15}{45} = \frac{2}{3}$$

となる。

私は教科書に載っている例題が出会いの確率に応用、適用できなかった理由はどこ

にあるのかを反省した。

確率は宝くじやサイコロ、赤玉や白玉とだけ関係するものと思い込んでいたのが間違いであった。これらが例題として用いられるのは一様ランダム性や等確率を意識してのことだけのことである。現実の生活の中では確率現象はいろいろなところで見られるはずで、確率の出題にもっと工夫をしてもいいのではと思った。

パソコン技術の進歩は思わぬ落とし穴である。データの入力や集計が簡単にできるようになったため、「考える」ということをせず安易な道に走ってしまうのだ。30年前の自分だったらこんな遠回りな数え上げによる計算はせず、紙と鉛筆で式を導入したであろう。パソコンを数学に使うのも考えものである。

◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇

さて、冒頭のAとBが1年間にテレビ局で少なくとも1回出会う確率は、

$$1 - \frac{{}_{365-12}C_{50}}{{}_{365}C_{50}} = 1 - 0.17 = 0.83$$

となり、2人は高い確率でテレビ局にいることになるから、AとBが局前の交差点で信号待ちをしているところ出会ったというのは偶然でもないことがわかった。

(参) W.F. フェラー『確率論とその応用 I・上』紀伊國屋書店、1960年、p62-p66