

花びらの不思議

西山 豊 (大阪)

この記事は「自然界にひそむ数と形」というタイトルで本誌に1997年4月から2年間にわたって掲載されたものを抜粋、要約したものである。この連載記事は『自然界にひそむ「5」の謎』(筑摩書房刊, 1999年)として刊行され、また最近では海外の雑誌に学術論文として掲載されている。⁽¹⁾⁽²⁾

1 キクも5弁花?

私は自然界にひそむ「5」に非常に興味がある。「5」とはつまり、ヒトデの腕はなぜ5本か、桜の花びらはなぜ5枚か、人間の指はなぜ5本かということである。ウニ、ヒトデ、ナマコなどの棘皮(きょくひ)動物は、皮膚には骨板があり特有の水管系をもち5放射相称である。5放射相称とは5角形でかつ回転対称ということになる。しかし、「5」である理由は生物の本のどこにも載っていない。

私達はコンパスと定規で(いわゆる作図問題で)正5角形を描こうとすると、正3角形や正方形、正6角形などのようにうまく描けない。分度器を使えば円の中心角360度を5で割って正5角形は描ける。ところがヒトデはコンパスも定規も使わないし、数学の知識もない。こんな原始的な水生動物がどうしていとも簡単に正5角形を描いてしまうのだろうか。生物学者にとってはヒトデの腕が5本でも6本でもどちらでもよいのだが。

ウニやヒトデの「5」は動物だけでなく植物の中にも見られる。『植物の図鑑』(小学館)で調べてみると5弁の花が目立つ。春の花としてはシクラメン、サンシキスミレ、カスミソウ、ウメ、サクラ、ツツジ、モモなどが、夏の花としてはアサガオ、キョウチクトウ、サンゴジュなどが、秋の花としてはフヨウ、キキョウ、ニチニチソウ、ナデシコ、リンドウなどが5枚の花を咲かせる。また作物としてはスイカ、メロン、ナシ、リンゴの花びらが5枚である。もちろん5枚以外の花

もある。カラーの花びらは1枚であり、アヤメは3枚だし、ジンチョウゲ、ハナミズキ、キンモクセイは4枚、ユリ、スイセン、ランは6枚である。ただし、カラーが1枚の花びらのように見えるが、正確には包(ほう)と呼ばれるもので花は別のところにある。

牧野富太郎『改訂増補・牧野・新日本植物図鑑』(北隆館)を参考にして、種子植物門の219科について花卉数で分類すると表1になる。集計にあたって花卉がなくてもガク片や包(ほう)などで数えられるものは花卉数に含めた。219科のうち3~6弁だけを取り出して集計してみると科の数は159科あり、5弁のものは84科で52.8%といちばん多いことがわかった。

私達の身近な花といえばキクである。キク科の代表的な花は春のタンポポ、夏のヒマワリ、秋のコスモスで私たちに親しまれている。『植物の図鑑』によれば全体が1495種の中でキク科は135種といちばん多く、比率でいえば9パーセントを占めている。このキク科の花弁についても5弁であることは意外と知られていない。植物学に興味のある読者なら知っているかもしれないが。

キク科の花は舌状花(ぜつじょうか)と管状花(かんじょうか)で構成される。

周辺部にあるのが舌状花であり、中央部にあるのが管状花である。舌状花は癒合(ゆごう)した5花弁からなる。もともとは5枚であったが、4枚が退化して1枚だけが残る舌状になっている。また中央部の管状花は小さな花が数百個ぎっしりつまった集合花でそれらはすべて5弁である。

コスモスの花弁は8枚であるかのように見えるが実際は8個の花である。8個の舌状

弁数	科数	百分比
0弁	38	17.4%
1弁	2	0.9%
2弁	6	2.7%
3弁	13	5.9%
4弁	38	17.4%
5弁	84	38.4%
6弁	24	11.0%
多弁	7	3.2%
不明	7	3.2%
計	219	100.0%

表1 花卉数による分類(西山が作成)

花からなり、そのひとつひとつは退化した5弁花である。私は公園に咲くコスモスを1本取ってルーペ(倍率が10倍から15倍)で管状花を観察してみた。ぎっしりと小花が集合しているが、その小花の先はひとつひとつが5つに裂けている。先が尖っているのでキキョウの花のようにも見えるが、あきらかに5弁であった。キク科は上の分類ではキキョウ目に属し、キクとキキョウの関係が理解できる。

食材に使うオクラの形は正五角形をしている。オクラの子房が果実の五角形に関係している。めしべの下方に子房があり、子房が5分室あるから果実の形が正五角形となる。また、ナシの実の横断面図を見るとオクラと同じように五角形に種子が配置されている。

2 花そして花芽

ここでは花とは何であるかを原襄『植物形態学』(朝倉書店)を参考にしてまとめておこう。植物の器官には根と茎と葉がある。根は植物体の地下部にあって植物体を支え、水や無機塩類の吸収を行い、物質の通道に役立つ。茎は植物体の地上部にあって地上部を支え、物質の通道に役立つ。葉は茎のまわりに規則的に配列し平らな形をもって光合成を行う。植物体内と外界とのあいだの二酸化炭素CO₂、酸素O₂の交換や蒸散を積極的に行う。

1本の茎と、そのまわりに規則的に配列する複数の葉からなる単位を植物学上はシュート(shoot)という。

いわゆる枝がその一例である。

多くの植物の花はガク片、花弁、おしべ、めしべからなり、めしべは1枚から数枚の葉に相当するもの(心皮)が合着してできると考えることができる。1枚のガク片、1枚の花弁、1本のおしべもそれぞれ変形した葉と考えることが

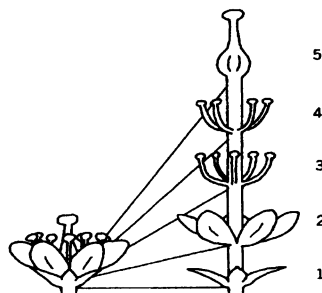


図1 花を一つのシュートとみなすときの解釈(1. ガク片、2. 花弁、3. 4. おしべ、5. めしべ)(原襄『植物形態学』朝倉書店より引用)

できる。結局、1つの花は変形した短い茎に数種類の変形した多数の葉が規則的に配列したものとみなすことができる(図1)。そして花はシュートの先端にできるのである。

生長点とは植物の茎および根の先端にあって、もっぱら細胞分裂が行われる部分で茎頂や根端のことをいうが、ここが5弁の謎を解くカギになっていることは間違いない。生長点の概略図を賀来章輔他『植物の生長と発育』(共立出版)より図2に示す。茎頂の断面図(図2A)を見ると、先端は丸くドーム状になった細胞とその側方の小さな葉ができつつある部分とに分けることができ、丸くドーム状になっている細胞がしだいに分裂しながら葉を形成したり、茎を形成したりしていることが理解できる。もう少し立体的に表したものが同図Bである。同図Cでは花芽形成期の初期の頂端部が示されている。花芽の形成は中心部よりはずれた部分、すなわち葉の原基が生育している部分が花の原基に変化したもので、外側からガク片、花弁、おしべの順で形成されていく。

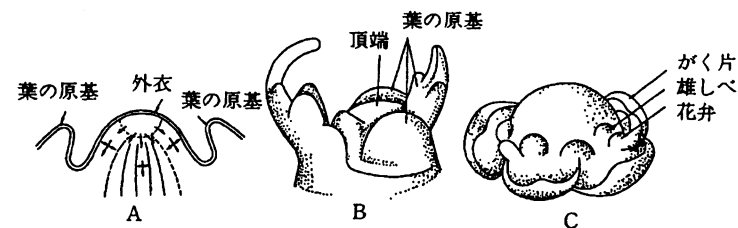


図2 生長点の図 A. 断面図, B. 立体図, C. 花の原基(Fahn原図)(賀来章輔他『植物の生長と発育』共立出版より引用)

3 細胞配置と5弁の可能性

1996年度のノーベル化学賞は、サッカーボールの形をした分子C₆₀の発見に贈られたが、フラーレンC₆₀の分子模型とサッカーボールを図3に示しておく。炭素原子は多面体の頂点に位置している。五角形の面が12、六角形の面が20あって、1つの五角形を5つの六角形が囲んでいる。これは準正32面体として知られてい

るもので、頂点の数が60個ある。

数学的に興味深いことは、オイラーの公式によると、60個の原子からなるグラフィットのシートを曲げて閉じた球をつくることはでき

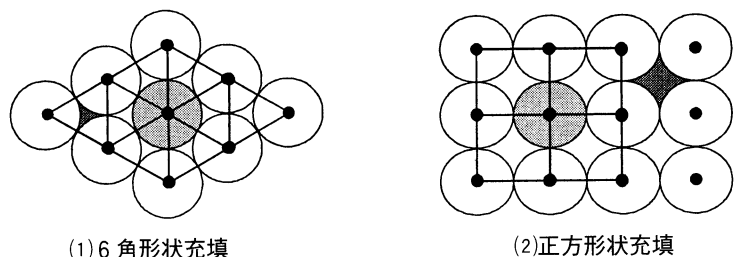
ないということだ。つまり、六角形だけで球面を覆うことができず、必ずどこかに五角形が必要である。これはオイラーの多面体定理で容易に証明される。多面体の頂点の数を V 、面の数を F 、辺の数を E とすると、

$$V + F = E + 2$$

の関係が成り立つが、興味のある読者は証明を試みてください。

さて、フラーレン C_{60} の研究が急速に進むにつれて、 C_{60} より多い炭素数でサッカーボールに似た構造を持つものや多重構造になったもの、あるいは炭素原子がチューブ状になった「カーボン・ナノチューブ」などが次々に発見されている。カーボン・ナノチューブは細長いチューブ状になっていて植物の茎を連想させる。ナノチューブの先端は凸になっていて5員環、つまり炭素原子の五角形状配置が存在する。

細胞群の配置について数理モデルを考えてみよう。茎頂細胞群を球体と仮定して平面を充填する問題を考える。まず常識的に考えられるのは正六角形状に被うことが最適であるということだ。円板（たとえば硬貨）の六角形状充填は正



(1) 六角形状充填

(2) 正形状充填

図4 円の稠密充填 (S. ヒルデブランド他『形の法則』東京化学同人を参考にして作成)

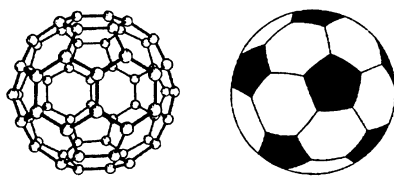


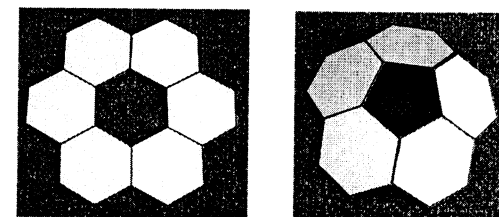
図3 C_{60} の分子模型とサッカーボール

方形状充填よりも隙間が狭い。10円硬貨を並べるとき、図4(1)のように六角形を想定して並べるともっとも隙間を狭く並べることができるが、図4(2)のように正方形を想定して並べると隙間が大きくて硬貨が移動しやすい。この理由で平面では六角形状充填が最適配置である。ミツバチの巣や雪の結晶が正六角形である理由はここから導かれる。ところが花卉は6枚を選択せず5枚を選択しているのである。

その理由は花芽を形成するシュートの先端（茎頂）が平面ではなくドーム状に（丸く）なっていることだ。私はつぎのような細胞群配置のモデルを作ってみた。まず1つの六角形のまわりに6個の六角形を並べた。1個の六角形は細胞の塊、細胞群とする。この配置は前にみた「六角形状充填」に相当し、図5(1)のように同一平面上に並んでいる。つぎに、周囲の六角形を1個減らして5個にすると、図5(2)のように碗（わん）を逆さまにしたように、上に凸なフォルムを取るようになる。

シュート頂（茎頂）は生長点であるから、中心部の細胞活動がもっとも盛んであり、形はドーム状で先端に向かって凸になっている。茎頂の形がドーム状で丸みを帯びているとすると、細胞群の配置は図5(2)に示した状態が想像できる。五角形のまわりに六角形が5個、つまり5つの細胞群が茎を中心に配置されるのだ。これら5つの細胞群はガク片になり、花卉になり、雄しべになり、子房になる。このようにして5弁の可能性が示されたことになる。

6弁の可能性は、茎頂の形が平坦であることだ。もし茎頂が平坦であるなら、細胞群の配置は図5(1)のように茎を中心に6つの細胞群が配置されることになっていて、6弁の可能性が出てくる。しかし茎頂は生長点であるから形が平坦ということは不自然である。つまり6弁の可能性は5弁の可能性より小さいということになる。



(1) 6個の正六角形

(2) 5個の正六角形

図5 細胞群配置のモデル

4弁の可能性は、茎頂の細胞群の配置が、図4(2)の正方形状充填になることで、正方形状充填は六角形状充填より充填度は低いが、植物細胞が動物細胞より可変性が小さいことを考えるとこのような配置も不可能ではない。

私は細胞配置をモデル化できないかと考えて5花卉のモデルを発泡スチロールで作成したあと数式で計算した。ここで示すモデルは1つの球が1つの細胞塊に対応していると考えとよい。5つの細胞塊が円周上に配置され、その真ん中に1つの細胞塊がのっている。これら6つの細胞塊を覆う曲面を考えてみよう。細胞塊の球の半径を r_1 、6つの細胞塊を覆う球面の半径を r_3 とすると、数式ではつぎのように表され、2つの半径比は約2.90となった。

$$r_3 = \left(\frac{1}{\cos \alpha} + 1 \right) r_1 \quad (\text{ただし } \cos \alpha = \frac{\sqrt{5-\sqrt{5}}}{10} \text{ である。})$$

私は、計算式によって求めた数値を使って、ウルフラム社の数式処理ソフト(Mathematica)によるモデルの図化を試みた(図6)。この花卉の数理モデルから連想できるものに茎頂細胞の電子顕微鏡写真がある。電子顕微鏡写真とこの数理モデルの整合作業が進めば、私の仮説は実証されるかもしれない。

4 ヒトデから陰陽五行思想まで

インターネットから得た資料であるが、エゴノキについて調査された川西市の畚野剛氏のデータがある。1997年~2002年にエゴノキの花4166個を調べると3弁は7個(0.2%)、4弁は672個(16.1%)、5弁は3140個(75.4%)、6弁は337個(8.1%)、7弁は10個(0.2%)になったという。これによるとエゴノキは5弁を中心に4弁と6弁が分布しているといえる。これは私の仮説を実証する上でかなり有力な調査データを示している。つまり花卉の数

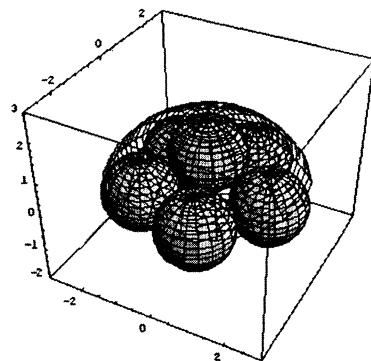


図6 花卉のモデル化
(Mathematicaによる)

はDNAによってあらかじめ決定され固定されるものではなく、形成時点で分布を持つということである。

私は、2003年に他の花について野外調査をした。5弁の花の代表とされているウメは目視であるが5弁が80%で6弁が20%であった。ユキヤナギの花2974個を調べると4弁が4個(0.1%)、5弁が2963個(99.6%)、6弁が11個(0.4%)で、ほとんどが5弁であった。サクラの花1426個を調べると3弁が31個(2%)、4弁が191個(13%)、5弁が1203個(84%)で、85%近くが5弁で、あとは4弁または3弁であった。つぎに4弁の花の代表としてアブラナ科のイヌナズナ1286個を調べると、すべて4弁であった。花によって分布度の違いはあるものの5弁または4弁というように固定されたものではなく、分布を持つものであることが確認された。

今回の記事は花びらについての話が中心であるが、動物と植物とヒトの関係を連想させるものとして、ギリシャ神話にダブネの像がある。ダブネの腕は指先から枝に変わり葉に変わり、全身が1本の月桂樹と化す。この不思議な像も私にとっては決して不思議には見えない。動物も植物もヒトも同じに思えるのだ。人間の腕、手、指を植物の茎、枝、葉や花に対応づけることができる。人間の腕は植物の茎であり、手は枝であり、指は葉であり花びらである。人間の指も花びらも生長点(先端)にあると考えるなら数理モデルは共通となる。指の数が5本であることと、5弁の花とは発生学的にとらえると決して無関係ではない。

私の現在の関心事をダイアグラムの的に整理すると図7ようになる。ヒトデを代表とする動物界の五に関する研究があり、その対極として花卉を代表とする植物界の五に関する研究があり、それらから人間の指はなぜ五本かがある。そして五本指から十進法の起源へ進み、十進法がい

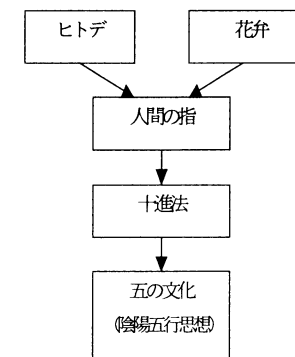


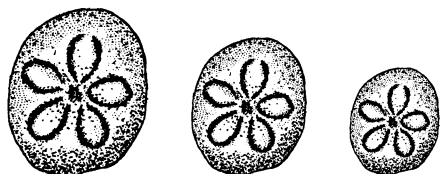
図7 森羅万象にひそむ「5」

ったん獲得されると五または十を基本とする「五の文化」が成り立つはずである。そして、五の文化は、中国古代に起源をおく陰陽五行思想となんらかの関係があるのではないかと考えている。五感、五穀、五味、五臓六腑、五色、五重塔、函館五稜郭、五十音図、五線譜に五音階、五言絶句、俳句の五七五、短歌の五七五七七、など辞書の中に五のつく単語を見つけることは容易である。これらの五は人間が勝手に分類した数ではなく深いところで自然界の神秘とつながっているように思えてしかたがない。

参考文献

- (1) 西山豊『自然界にひそむ「5」の謎』筑摩書房、1999
- (2) Yutaka Nishiyama, *Why Is a Flower Five-Petaled?* Journal of Science Education and Technology, Vol.13, No.1, April 2004, 107-114, Kluwer Academic Publisher

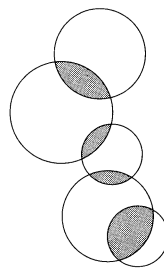
(大阪経済大学)



●06年西三数学サークル 春の公開講座・合宿研究会●

日時 3月4日(土)14:30~5日(日)12:00
 会場 岡崎勤労福祉会館 (JR岡崎駅より徒歩20分)
 内容 講演「数学は小説になる…『算聖伝』関孝和、『円周率を計算した男』建部賢弘を語る」鳴海 風氏 (和算小説家)
 交流会, レポート発表会
 参加費 1000円 宿泊・参加費 6500円 (1泊2食 交流会費を含む)
 申込み 竹中芳夫 ☎0565-53-8186 E-mail: takenaka@hm.aitai.ne.jp
 申込み締切り 2月19日(日) (宿泊定員あり)
 ※レポート持ち込み歓迎! (発表レポート40部用意してください。)

実践記録小学校



コンナンくんと学ぶ大きな数 (3年)

○中川 律子 (石川)

はじめに

今年はこの学校で二度目の3年生の担任。昨年からの持ち上がりなので、『ちびろほ』といっしょに1あたり量を大切にかけ算を学習してきた子どもたちと、『デビゾン島』でわり算の学習もすることができました。かさの学習も『ぐりとぐら』で、以前やった実践をもう一度ということばかりのところへ実践記録の依頼が舞い込みました。何も新しいことをやってないのにどうしようと迷った末に、締め切りぎりぎりの12月に大きな数の実践をすることに決めました。

今年の3年生は22人2クラス。少人数授業をするように言われているけれど、人数が少ないので昨年からTTで授業することが多いのが実状です。少人数担当のS先生と順番にT1とT2を交替して授業を行っています。わがままを聞いてもらって、私 はかけ算, わり算, かさなどの単元をプリントを用意して行い, S先生は時計やグラ

フ, 三角形などの単元を教科書中心に行いました。隣のクラスは, 今年大学を卒業したばかりのH先生。4月にこんな授業をしたいと思っていると話をしたとき, 「ついて行きます!」と言ってきて, 金沢サークルにも時々来て一緒に勉強しています。それで, 私のクラスが一步先に授業をし, 隣のクラスではS先生が私のプリントを使って授業をしてくださって, それ以外の単元はH先生がT1で授業を進めていくことになりました。

指導計画はT1が作り, T2の先生が実践記録を手書きで書き込んでいくことになっています。最初に作ったので, プリントを作って進めていく間に少し変わってしまいました。

指導にあたって考えたこと

- 千万 (できればそれ以上) の位までの数について十進構造と位取り, そして万進法を理解させる。