

『問題をつくる』問題

西山 豊 (大阪)

1 数学教育との出会い

私は、数教協の会員でない。でも『数学教室』は好きである。現代の数学教育を憂える一人であるのかもしれない。まともな人が書いたまともな雑誌である『数学教室』を無性に読みたい時がある。この雑誌は紀伊国屋や旭屋などの大書店でしか手にすることができない。わずか5ミリの薄雑誌。時として見落とすこともある。でも見つかったとき、「ここにあった！」と感激するものである。しかし、この衝動は一年に数回しかない。編集部の方には申し訳ないが定期購読するつもりはない。いくらカレーが好きでも、一年中カレーを食べ続けることはできない。ただし、カレーと『数学教室』には何の関係もない。念のため。

数学教育に関心を持った直接の理由は、上の娘が中三で受験の時期を迎えたからである。学校が学校でなく、勉強は塾で学ばなければならない。身体の成長が十分でない時期に、二つも学校を通い、夜遅くまで勉強しなければならない。今、中学校が一番荒れている。生徒がテストと内申書による脅迫で萎縮している。身体の成長しきった高校生の大学受験なら、まだ許せる。中学生をこれだけいじめてよいのだろうか。こう思うのは私一人ではあるまい。かつての大学紛争が高校の校内暴力に、そして今、教師の逆襲ともいえる中学生いじめに時代は移りつつある。

そんな時、三省堂出版局の大久保紀晴氏より電話があった。文部省の学習指導要領改訂にともない、私にも高校数学の教科書の執筆人の一人として加わって欲しいというのである。私は、IBM に在職していた頃、暇を見つけては大学教養生向けの『数学セミナー』にエッセイ風論文を書き続けてきた。でも、教科書ともなると二の足を踏んだ。本職の数学の教員でもないし、器でもないで、断る理由を3つあげた。

まず、「私は文部省が嫌いである」と言った。教科書には検定がつきものである自由で書けない。私も意外と過去を引きずる人間で、大学紛争当時は反動的な文部省の文教政策に断固として反対し…などと叫んでいた。当時は、私一人が言っていた訳でもなく、大学生全体がそう言っていた。氏の「執筆人に森毅先生や野崎昭弘先生もおられることですし」の言葉に少しとまどった。教科書といえば文部省のお墨つきのゴリゴリの権威者が書くものだと思っていたからだ。同社は英語や国語の辞書を出している会社であり、まさか数学にも手掛けているとは知らなかった。後で知ったことだが、かの家永裁判の日本史の教科

ゲームといえば、よく知られた「赤と黒のゲーム」(正負の数の学習)、「暴走ゲーム」(ベクトルの学習)、「ハノイの塔」(数列の学習)といった教材化されたゲームがある。私が使うゲームは、こうしたもの以外に、普通遊びとして楽しられているゲームである。たとえば、2人で勝負を争うゲームの場合、必勝法を考えさせる。生徒がゲームを楽しんでいるのを見ると、偶然の手を打ち、たまたま勝ったとか負けたとかいう場合が多い。ところが、必ず勝てる方法があることを伝え、その方法を見つけることを要請する。

よく知られた「マスターマインド」というゲームがある。道具は市販されている。それをプリントでや

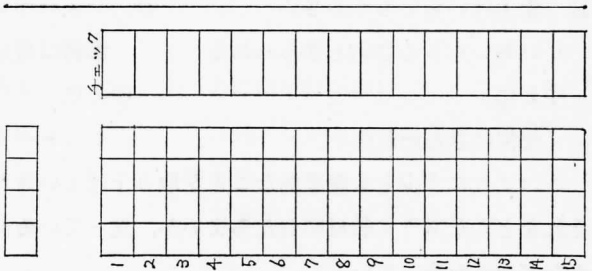
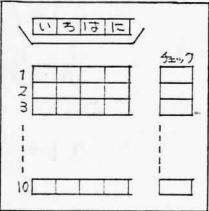
れるようにした。このゲームは順列・組合せの単元で取り上げられている。私ももちろんそこでやることもあるのだが、その場合でも、解答者の考え方に注目する。つまり、前の条件をどのように利用するか、そしてできれば、次の手も考えながら、今打つ最善の手を考える。この思考そのものが、論理的であると、私は考えるのである。

実際の授業では、こうしたことを話しながら、最初書いた三段論法を話したりしている。

(東野高等学校)

マスターマインド Game の進め方

1. ジャンケンで出題者と解答者を決める。以後、交互にくり返す。
2. 出題者は、解答者に見えないように「スヨキダ」の記号を「い、ろ、は、に」の位置におく。
3. 解答者は、1の枠の中、出題者が並べた記号を予想して書く。
4. 出題者はそれを見て、書かれた位置があたっているときは、あたっている数だけ、チェックの欄に「V」を書く。どれがあたっているかは教えない。
5. 解答者は、それもヒントにして、2の枠の中、記号を書きかえる。
6. 以下これをつづけて、出題者が並べた4つの記号の位置をあててる。できるだけ少ない回数であてる方がよい。



書は、同社から出されたものである。

次に、「私は数学が嫌いである」と言った。それは、数学を「受験の数学」と同一視したからである。数学が受験生をいじめる道具になっている。高石ともやも受験生ブルースで歌っていたように「sin cos なんになる」と今でも思っている。こんなもの無くても十分に生活できる。だからまっぴらごめんだ。それより『数セミ』なんかに気楽に書いているほうが気分的にましであると思ったからである。氏曰く「その現状を打ち破ろうとしているのです」と。

最後に、「私はコンピュータが嫌いである」と言った。IBMに14年もいながら、コンピュータが本当に役に立っていると思ったことがない。情報処理は時代の流行かもしれないが、コンピュータを数学教育の現場にそのまま持ち込めば、数学嫌いの生徒をますます加速するだけである。「そう、それが問題なのです。今それを真剣に論議しようとしているのです」と。私は、ついに根負けしてしまった。「でも、私は身体があまり丈夫でないし、情緒が不安定であるから何を言い出すか分かりませんよ」とつけ加えておいた。

2 平凡な数学を

私は、生まれつき数学が好きであった。特に因数分解は得意だった。そのためか大学入試もそれほど苦労しなかった。手前味噌になるが、その年の入試問題がやさしかったのかも知れないが、問題はすべて解けたし、多分満点に近かったと思う。入試の出題者の意図も完全に読めた。もう、23年も前のことである。数学ができたために大学に合格したようなものである。今は、不幸にして落ちた同時代生に対して懺悔の気持ちでいっぱいである。

でも、大学にはいれば、とたんに数学の勉強をしなくなった。読んだのは東京図書『数学をつくった人びと』ぐらいである。当時は、時代が時代であったので、真面目に勉強したりすると「専門バカ」などといって、白い目で見られがちだし、本気でそう言う学生が多かった。それで、数学科に属しながら、社会科学系の本ばかりを読んでいた。紛争時代の学生たちは厄介者のように扱われ、追い出されるように大学を去っていった。私が本格的に数学を勉強したのは、IBMに就職してからである。それも、仕事に迫られてからの話である。

私は、数学が入試に特別に重視されることなく、序列化されることなく、ただ平均的な、平凡な一科目として存在することを願ってやまない。そういう思いを込めて、せめて罪滅ぼしにと、執筆陣の一人に加えてもらうことにした次第である。

3 教科書は腐っている

とにかく、25年ものブランクがあるので、高校で学んだ数学を思い起こすのが大変であ

る。ただ言えることは、よくも無意味なことを、ぐちもこぼさず黙々とやっていたと感心するばかりである。今子供にこれを教えるとなると、問題を大いに感じる。これでは数学嫌い、数学落ちこぼれが出るのも当然だ。数1の2次関数をみても嫌気がさす。このグラフをみて数学が好きになれといっても誰もいないのあろう。文句なく好きだと言うのは、変人かマニアだけだろう。だって、2次関数を知らなくても立派に生きていけるし、必要なのは大学入試時だけではないか。現行の数学の教科書や参考書、問題集を見てもただ数式いじりばかり。もっと大事なことを教えなければならないのではと思う。それに、数式やグラフと日常生活の諸現象との対応がまるっきりない。

ある参考書に、下に凸な2次関数の曲線を放物線と言ったりしている。なんだこれは。放物線とは、物を空中に投げるとき、地球の重力によって引っ張られる落体の法則からそういうのであって、上に凸な2次関数なら放物線だが、下に凸な2次関数は放物線とは言わない。逆重力場のような星があるなら話は別だが。これは、ほんの一例だが混同がはなはだしい。

25年の歳月は教育の中身を大きく変えている。昔は教科書とノートとグラフ用紙、それに定規とコンパス。これで十分だった。今は違う。サボ、別名虎の巻、教科書ガイド。これは勉強についていけないものがこっそり買い、他人に見られないように使ったものである。サボなんかを持っていると馬鹿あつかいされた。今は違う。生徒全員が持っている。印刷技術の発達、日本経済の高度成長などの社会背景があるのだろう。これほど過保護すぎるぐらい生徒に教材を与えれば、生徒の痴呆化は進む一方である。これでは、日本の将来は危ない。

4 「問題を解く」時代から「問題をつくる」時代へ

問題と答の距離のことがよく議論される。昔の教科書は、問題はあっても答が載っていないケースがよくあった。生徒はどうするか。必死に考える。考えることによって力がつく。今は親切にも答が全部用意されている。だから問題と答がセットになっている。問題と答の距離がゼロになると、問題が問題でなく、答が答でなくなる。これをセットにして生徒は暗記するから、数学は解く学問でなくなる。手品は、種明しがされるまでは、不思議なものである。一旦種がわかると興味がなくなってしまふ。答が用意されている問題は、種がわかっている手品のようなものである。

社会の先生に悪いが、社会は暗記物と言われる。このままいけば数学もいずれは暗記物になるだろう。数学は「数学的センス」や「論理的思考法」を養うというのではなく、単なる物知りに終わってしまう。パズルは解くことに意味があるが、クイズは記憶していることに意味がある。この関係に似ている。今はやりのTV番組に「アメリカ横断ウルト

ラタイズ」というのがあるが、まさにそれである。

この傾向は、コンピュータ時代の思想を反映している。コンピュータは記憶容量と演算速度でその性能が決まる。データ・ベースを例にとると、より多くの情報が蓄えられていて、その情報が効率よく速く取りだされることが重要視される。人間にとっても、より多くの事柄を覚え、より速く答えられる者が優秀であると判断されがちだ。最近の教育評価に時間の要素が入ってきている。小学生の九九の暗誦や100マス計算に、正確に覚えているとか答が合っているとかに加えて、何分何秒でできたかも宿題に書かせるようになっていく。悲しいといおうか、なげない話である。ここには本来人間も持っている「じっくり考える」という行為がない。人間はコンピュータと同じでない。脳ミソには限界がある。でも人間には「考える」ということができる。これはコンピュータには絶対できない。いくら人工知能(AI)といっても所詮道具である。

問題があって答が幾通りもあるというのは、遠山啓氏の著書にある「氷が溶けると何になる」に代表される。ほとんどの生徒は水になると答えたが、春になると答えた生徒がいたという。このエレガントな答も正解にしたとか。なんとも嬉しい話である。

90年代の数学が問題にされている。私は、学問、教育はすべて疑問と好奇心が原点であると思う。これは、時代に左右されない。わくわくしない授業、これは化石とおなじである。この原点に如何に忠実であるかが問われるのであるから90年代の数学というものもないであろう。しいてスローガンをあげるなら、「生活の中の数学」とか「魔術の数学」とか「ゆとりの数学」とか「魅惑の数学」というのはどうだろうか。その説明は後でふれる。

時代を逆行することはできない。そこで提案。「問題を自分で作って答を導け」というのはどうだろうか。生徒があまりにも受身になり過ぎている。既存の問題は、これだけ情報網が進んだ世の中であるから、答はすぐ手に入る。コピー代も安くなったから、鉛筆と消しゴムでわざわざ解こうと努力をしないでであろう。だから、これからは「問題をつくる」問題の時代に入るのではないだろうか。こんなことを言えば、採点に困るとか、どう教えたらいのか分からない、教育現場が混乱する等の反発は必至である。でもこれからの時代はきっとそうなるに違いない。

5 入試問題の品評会をやろう

高校入試や大学入試にも不満がいっぱいある。はっきり言って、大学入試問題にろくなものがない。どの大学のどの問題が悪いというのではない。全部である。出題側である大学の教員が手を抜いているのである。さぼっているのである。もっと気のきいた出題ができないのだろうか。すべてとは言わない。5題中1題ぐらいいは、苦勞したなあ、工夫が見られるなあというものがあっていいと思う。出題の多くは、過去の問題の類似か延長である。

ただ、難易度の程度は計算内容を複雑にしているかの違いだけである。

出題側にも言い分がある。「問題は高校の教科書を見てつくった」と。この言い分は当たっている。高校での学力を試すのだから、当然、高校の教科書が出題の参考になる。つまり、ところ高校の教科書に魅力がないからだ。「この教科書にして、この問題」。その通りだ。だからこそ本当に良い教科書をつくっておくべきなのだ。三省堂の教科書には大いに期待している。

入試当日だって教育の一貫である。入試にはもともと暗いイメージがある。今までの勉強の成果が試される。これで駄目なら将来の展望がないとか。でも出題を工夫すればそんなことは幾らか軽減できる。答案が書けず0点だっていいじゃないか。「面白い問題だったなあ」と、受験生の感想が聞かれるくらいの出題サービスがあってもよいと思う。受験生には緊張感だけでなく、ゆとりをもって受けさせるべきだ。明るいイメージの入試を期待する。

いずれ、機会があれば、全国の国公立・私立大学の入試問題を品評してみるつもりだ。こんなことを予備校はやらないだろう。「この大学はこういう問題が出るから、こういう勉強をしろ」と言うだけだ。問題自体に疑問を挟まない。高校数学は現場の高校の先生が一番よく知っているから、大学入試問題を高校側でつくったってかまわない。この場合、出題の機密性が残るだけである。入試問題に大いに物申そうではないか。そうしたほうが、意外と高校側と大学側に緊張関係ができて改善されるかも知れない。難問、良問、奇問、愚問など色々あるが、ほんとの意味での良問を増やすべきである。そして、いつまでも過去の出題例にこだわることなく、斬新的な魅力あるものにしていくべきであろう。

6 生活の中に数学を

高校入試を例にとってみる。私の高1の1964年当時は、9教科の全教科であったと思う。英語、数学、国語、理科、社会、音楽、美術、技術・家庭、保健・体育。それがいつのまにか、5教科に減り、私学だと3教科、あるいは2教科となっていく。そうなったことに対して、いろいろと理由づけがなされている。受験生の負担を軽減するとか、ペーパーで判断できない教科があるとか、採点を楽にするとか。私に言わせれば、これらはすべて言い訳でしかない。

大学では、美大ならデッサンの、音大なら歌唱や器楽の、体育大なら運動技能の実技テストがある。試験ができない訳ではない。結局、楽をしたいのである。

受験科目の減少は当然さまざまな弊害となってあらわれる。受験に外された副教科は軽視され、教科の序列化、しいては担当教師の序列化につながる。副教科は無視されることによって、部活への強制加入、テスト時にぶつけた過大な提出物の強要、それに内申書に

●こ・そ・あ・ど／んなこと

よる脅しなど言えば切りがない。ペーパーがすべてであるから、塾産業がはびこることになる。これを助長したのはもっぱら学校側にあるのだ。

私は、これを一気に過去に戻せというのではない。数学は、従来の数学にとどまらず、副教科を含めた内容に充実すべきだと思う。難解な数式の変形に先鋭化するのではなく、もっと幅を広げればよいのである。

例えばこうである。生物の勉強をする。「卵はなぜ卵形なのでしょう」とすれば、数学では、卵形の静止状態は円錐の問題におきかえられ、傾斜地でも転がらずに安定することが分かる(図1)。これで生物と数学の関係ができる。

「20センチの板がある。これを3等分したい」とすれば、20センチ÷3とせず、定規を斜めにずらし、21センチを使って3等分し、これを2回使えばいとも簡単にできる(図2)。中2の平行線に関する定理を応用すればよい。これで、技術・家庭と数学がつながる。

「電話帳や雑誌に折り目をつけて、はみだした折り方はできるだろうか」という問題がある(図3)。私はこの工夫が気に入

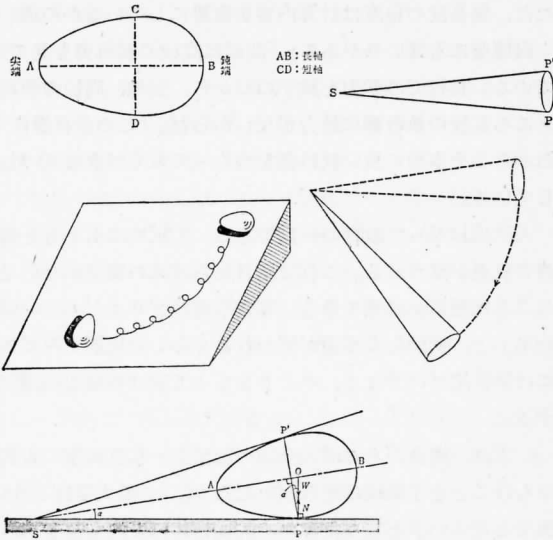
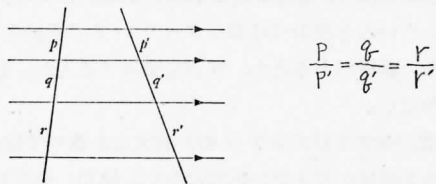
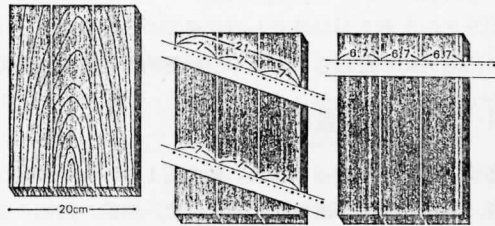


図1. 卵はなぜ卵形か



$$\frac{p}{p'} = \frac{q}{q'} = \frac{r}{r'}$$

図2. 板の3等分

●こ・そ・あ・ど／んなこと

ったので、「エレガントな折り目」と命名した。数学では、幾何学の図形問題である。また折り方の場合分けを考えると確率の問題になる。これも日常生活から得られるものである。

こういった問題は生活を見わたせば、ごろごろしている。生徒は問題をつくる喜びを覚える。問題は書店に行っても売っていない。だから必死に考える。生徒にとっては一つの発見である。答が出なくてもよい。解けた場合と同等に評価してやるのだ。問題の多様性や生徒の個性があらわれて面白い。問題を解くのも問題をつくるのも同程度に価値があるのだ。これからの数学教育には、「問題をつくる」ことが大切になっていくのではなかろうか。

このあたりの話は、昨年10月にでた東京法令出版の『話題源数学』に載っている。私も10項目執筆した。

7 嘆くのはやめよう

とにかく、大変な話したが、数学の先生は、数学だけを勉強していたり、高校入試や大学の問題に目をひからせ、傾向と対策をねっているだけでは駄目である。数学に一番近いといわれ

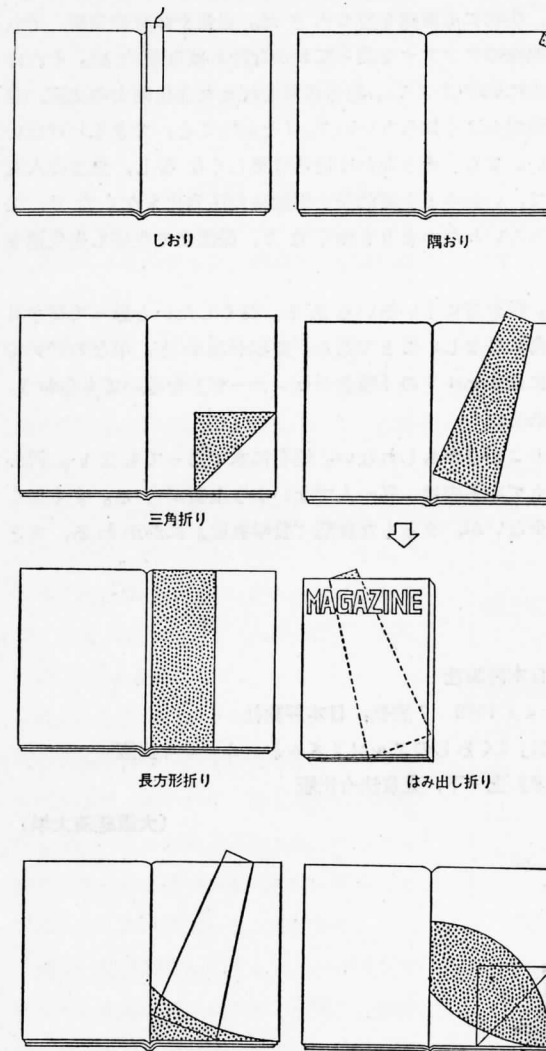


図3. エレガントな折り目

る物理だけをやっているも駄目で、生物にも興味を持つべきだ。音楽や体育や美術、それに技術・家庭などあらゆることに興味のアンテナを張っておかなければならない。それほどたいした事ではない。担当の先生に聞けばよい。担当教科を超えた先生同士の交流、協力をやればよい。私は高校の教育現場をよく知らないで、「そんなこと、できるわけないでしょう」と言われるかも知れない。でも、そうなれば授業は楽しくなるし、先生の人気があがることは間違いない。そして、いわゆる主要教科と副教科の序列化もなくなり、担当教科の違いによる教師間のつまらないわだかまりも無くなり、保護者や生徒も先生達を平等に見るようになる。

現代の数学教育を嘆く人が多い。嘆き方にもいろいろある。良くしたいと思って嘆き具体的な提案があると、それは、非常に好ましいことである。提案がないと、単なるグチであり何の意味もない。そういう人にはトセルリの「嘆きのセレナーデ」を聴いてもらおう。この曲には哀愁があり、美しさがある。

以上、私の考えていることは独りよがりかもしれない。焼石に水であってもよい。何か一つの波紋を起こしたい。こう考えているのは、私一人でないような気がする。すくなくとも、一般雑誌に比べて部数こそ少ないが、まともな雑誌『数学教室』にかかわる、まともな先生達がおられるから。

参考文献

- 1) 西山豊『卵はなぜ卵形か』日本評論社
- 2) 西山豊「板の3等分」『数セミ』1989. 7表紙, 日本評論社
- 3) 西山豊「エレガントな折り目」『くらしのアルゴリズム』ナカニシヤ出版
- 4) 吉田稔・飯島忠『話題源数学』上・下, 東京法令出版

(大阪経済大学)



水道方式礼讃
—最初にして最後の他流試合—

渋谷 淳 (長野)

1987年3月の終わり、渋谷よし子先生はこう言い出した。(小生の家内)
「私ももう3年で定年よ。最後にもう一度1年生から持ってみたいの。校長先生の内諾も得たから、13年ぶりの1年生！ 頑張るわよ」

こうして1年1組渋谷学級が生まれた。

その前年、既に定年退職をして、徒食の日々を送る私は、無為に耐えかねていたの、渋谷学級に対して「内助の功」ならぬ「外助の功」を目論んだ。

長年、中学校ばかりだったので、水道方式の実施に直接の経験は無いが、これでも数教協会員の端くれ！ 皆さん方の実践に学んで、一応の理論武装は出来ていると自惚れ、あとは直接の武器(教材・教具)を手に入れて磨けばよしとして始めた。

先ず、左官屋さんに走って、使い残りの白タイルを2000個ばかり譲って貰う。建材屋へ行って白の化粧板(ベニヤ)を買って来る。そして渋谷学級の進度に合わせバラのタイルを繋いで2, 3, 4, 5のタイルにし、ベニヤを切って6, 7, 8, 9, 10, 50,

100を作っていく。その合間合間に「具体物・タイル・数詞」の三者関係をカードにしたゲーム等、子どもたちの興味を誘いそうなものを次々に送り込んだ。

そして、なんとと言っても強力な武器は、「北海道数教協」の学年別のプリントであった。

かくして3年の歳月が流れたある日、よし子先生が満面に笑みを湛えながら帰って来た。その手にしていたものは。

日本標準教育研究所 企画・編集

◎観点別学力到達度診断検査 算数3年
診断結果(内容別 観点別)

内 容	正答率	観 点	正答率
数と計算	77%	知識理解	79%
	87%		89%
量と測定	70%	技 能	78%
	84%		90%
図 形	73%	数学的 な 考え方	63%
	80%		67%
数量関係	76%	総 合	75%
	83%		85%

上段—全国 下段—3年1組

◎1組と他学級(2, 3, 4)全との比較
A—得点, B—度数, C—累積度数

	3年1組			2, 3, 4組	
	A	B%	C%	B%	C%
90-100	51.6			19.1	
80-90	29.0	80.6		29.2	48.3
70-80	9.7	90.3		20.2	68.5
60-70	3.2	93.5		11.3	79.8