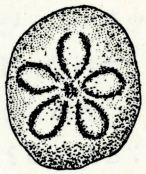
✲連載✲ 自然界にひそむ数と形（その２）

浜辺で見つけたカシパン



★西山　豊（大阪）

私が数字の５や形の５と，これほどまで５に興味を持ち，こだわるようになったのは，いまから15年前のことである。

1980年代のはじめ，まだIBMに勤めていた頃のことである。夏の休暇を利用して山口方面を家族旅行した。新幹線で小郡まで行き，そこからレンタカーを借りて秋吉台を見学し，萩で２泊した。萩焼きを見て，小京都といわれる津和野をまわり山口市までもどり，こんどは海水浴でもしようと会社の保養所がある光市の室積海岸というところで１泊した。その年は異常に暑かった。

ひかり市といわれるほど，室積海岸の砂浜は美しく輝いていた。

海岸で寝そべっていると，娘が何かめずらしいものを持ってきた。

「お父さん，いいものを見つけたよ！」

「どうれ」と手にとってみると，貝である。ただの貝かと思ってよく見ると，貝の上に５角状の美しい模様がある。まるで，貝の上にヒトデの足跡がつけられたようである。あまりうまく描けていたので，私は，

「誰か子供が，いたずらをして，貝に描いたのだろう」

と言ってみた。すると，女房が

「そんなことはないよ。お父さん，よく見て！」

と言う。海岸近くで育った女房は，この件ではうるさい。

私は，滋賀県の山奥で育ったため，海の生物に対する知識がほとんどない。女房は海に面した堺の浜育ち，小さい頃は砂浜でよく遊んだという。堺市は，いまは臨海工業地帯で埋め立てられてしまったが，昔は，天女が降りてくるといわれたほど遠浅の美しい砂浜が見られたという。

そして，貝が砂にもぐることを聞かされて驚いたことがある。貝も魚も水中を

泳いでいると思っていたのだ。砂にもぐると聞いて，モグラを想像した。潮干狩りで貝を取るのに砂を掘り起こすものばかりと考えていた。貝はもぐるといってもほんのわずかで，１～２センチ程度である。

女房は砂浜で遊んだことがあるので，このような貝があるのを知っていたのかもしれない。本物だろうか？　半信半疑ながら，私は，貝殻の上に美しい５角状の模様が描かれてあるのを見て瞑想にふけった。

小学生の頃のことである。算数の時間にコンパスと定規で正５角形を描こうとしたことである。正３角形や正方形，正６角形はうまく描けるが正５角形だけは描けない。定規を使って辺の長さを同じにしても正５角形はゆがんでしまう。

小学生の高学年になると分度器を買ってもらった。そして円周角を教えてもらった。円周角は360度である。５角形を描くためには，この角度を５で割ればよいのだ。

360÷５＝72度

でも，このように分度器を使って作図する方法は，亜流であることを大学で知った。幾何学でいう作図とは，コンパスと定規だけを使うことが許されていて，長さや角度をはかっては駄目なのだ。

正５角形をコンパスと定規だけで描けというと，数学の教師といえど，何人が描けるだろうか。

もし，この貝が本物だったとすると，大変なことである。数学の分野では難問といわれる正５角形の作図を，こんな小さな貝がいとも簡単になしとげたことになる。どうしてこのような能力が小さな貝がらに備わっているのだろうか。私は，ますます不思議になるのであった。

貝が本物かどうかは，家に持って帰ってからのお楽しみということにした。私は，この貝を壊れないように，ティッシュペーパーで何重にもくるみ，小さな紙箱に入れて大事に持って帰った。

旅行から帰ったその夜，学研の『水生動物』で調べてみた。このような貝があるのかどうか，私の心はわくわく，どきどきだった。

あった！　この貝の写真が載ってあったのだ。名前は，ハスノハカシパンで，

カシパンの仲間とある。カシパン？　菓子パン？　面白い名前だなと思いながらその前後を見ると，ヒトデやウニの説明もあった。

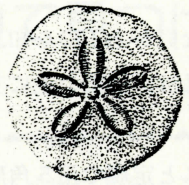


図１　ハスノハカシパン（径８cm）

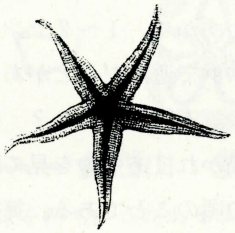


図２　スナヒトデ（径13cm）

学研『水生動物』より引用

このハスノハカシパンなる貝が，ヒトデやウニと同じ仲間の棘皮（きょくひ）動物に分類されていた。貝とヒトデが，どうして同じ仲間であるのだろうか。そして，ヒトデとウニがどうして同じ仲間であるのだろうか。また新たな疑問がわいてくる。

私の興味はハスノハカシパンからヒトデに移り，ヒトデの足がどうして５本か，に移っていった。そして，私の頭の中では，ずっと正５角形にこだわっていた。

私が，正５角形を正確に作図できるのは，図学の本を見ながら，コンパスと定規を使って，あれやこれや考えながらである。ところが，ヒトデはコンパスも定規も使わない。もちろん図学の本など読まない。こんな原始的な水生動物がどうしていとも簡単に正５角形を描いてしまうのだろうか。私は，どうしても納得がいかなかった。

ここで，正５角形の作図について説明しておこう。恥ずかしい話だが，この作図法を知ったのは，この問題に取り組んでからのことである。受験の数学で難問を解き，数学科を卒業しながら知らなかったのである。作図が可能であると話では聞いていたが，実際に描く方法を知らなかったのだ。

数学の本に載っているだろうと調べてみたが，意外と見つけることができなかった。戦前の数学は幾何学が重視されていたので，教科書で説明されていたかもしれない。私がその作図法を見つけたのは，福永節夫編『図学概説』（培風館）という大学の教養部の図学の授業で使った教科書であった。作図法は，数学の本ではなく，図学や美術の本に載っている可能性が大きい。

１辺の長さがABである正５角形の作図法はつぎのようになる。

図３に示すように，ABの中点Mをとり，MからABに垂直な線をひく。そして，MN＝ABとなる点Nをこの線上にとる。点Aから点Nにむかって線をひき，NKの長さがAB／２となるような点Kをこの線上にとる。AK＝ADとなるような点DをMNの延長線上にとれば，この点Dは求める正５角形の頂点となる。頂点Dさえ定まればあとは楽で，残りの点Eと点Cはコンパスだけで求まる。

この作図法は，図４に示すように，$\angle ADE=\frac{\pi}{5}$となり，三角関数を用いれば，

$$\cos\frac{\pi}{5}=\frac{1+\sqrt{5}}{4} \qquad (1)$$

となることが応用されている。

たとえば，$AB=2a$とすると，$MN=2a$であり，$AN=\sqrt{5}\,a$となる。NK＝AB／２であったから，NK＝a，それで$AK=(\sqrt{5}+1)a$となる。AD＝AKであるから$AD=(\sqrt{5}+1)a$である。

いま，３角形EADに注目すると，$EA=ED=2a$，$AD=(\sqrt{5}+1)a$となる。頂点Eより底辺ADに垂線をひきその足をHとする。∠EDHに余弦（cos）の関係をあてはめると，これは，式(1)の右辺の値を意味している。一方，右辺の値が，$\cos\frac{\pi}{5}$に等しくなるのは，三角関数の倍角公式を用いれば証明できるが，ここでは省略する。

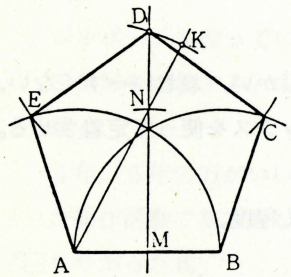


図３　正５角形の作図

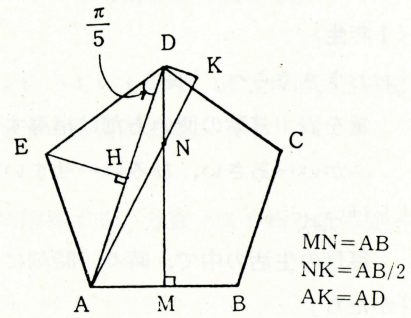


図４　三角関数との関係

培風館『図学概説』より引用

（大阪経済大学）