

☆ Uの考え

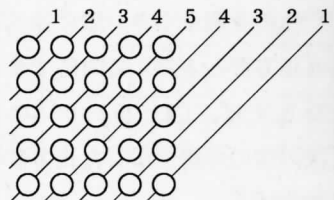
右の図からわかるように、

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 5^2$$

になる。

したがって、下の三つの表中の数の和はいずれも

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$$



1	1	1	1	1
2	2	2	2	1
3	3	3	2	1
4	4	3	2	1
5	4	3	2	1

1	1	1	1	1
1	2	2	2	2
1	2	3	3	3
1	2	3	4	4
1	2	3	4	5

さて、お立ち会い。手で指し示すように図を重ねるとその下ようになる。

そして、数の重なっているところは足すと、またその下の図ようになる。

これは、

$1 + 2 + 3 + 4 + 5$  が  $2 \times 5 + 1$  個ならんでいる。この表の数の総和は

$$(1 + 2 + 3 + 4 + 5) \times (2 \times 5 + 1)$$

となる。これは、

$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$  三つ分であるから、

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = \frac{5(5+1)}{2} \cdot (2 \cdot 5 + 1)$$

になる。一般化すると、

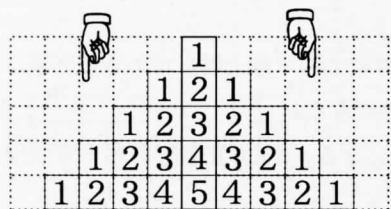
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$

でたでた。

授業に使うならどれかは一目瞭然？

でも、楽しかったですね。

早々



1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					
2	2	2	2	1	2	1	2	2	2	2					
3	3	3	2	1	2	3	1	2	1	3	3	3			
4	4	3	1	2	1	3	4	1	3	2	3	1	4	4	
5	4	3	2	3	1	4	5	1	4	2	3	2	4	1	5

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

5個                      5個

＊連載＊ 自然界にひそむ数と形 (その20)

# らせん葉序

◆西山 豊 (大阪)

私はその日、「たけしの万物創世紀」(テレビ朝日系) という番組を視ていた。そこでは熱帯雨林のスマトラ島に咲くという、世界最大の花ラフレシアが紹介されていた(図1)。

この花は、花の大きさが直径1メートルにも達することだけでなく、葉も茎もなく寄生根からだけ成っていること、開花すると腐った肉の臭いを放つこと、花の寿命が数日しか持たず、滅多にお目にかかれないことなど話題が多い。

ラフレシアは5弁であり、私のお気に入りの花のひとつであった。写真や図鑑で見ることが多いが、テレビの映像はリアルで印象が大きい。映像を見ながら、私はもうひとつのことを発見した。それは、花が開く順番である。

5弁の花は、隣り合わせの順番に開くものばかりと思っていた。そうではないのだ。ひとつおきにとびながら開いていき、2周して5枚の花弁ぜんぶが開いた状態になるのだ。

私は、驚いた。花弁が隣り合わせの順番ではなくて、ひとつおきにスキップして開花していくとは思っても寄らなかった。番組を録画しておいたのがよかった。ラフレシアの花が咲く花弁の順番を何度も確認することができた。本や雑誌は動きを見ることができない。静的な表現である。それに対してテレビは動きを見ることが出来る動的な表現である。さすがテレビだと感心した。

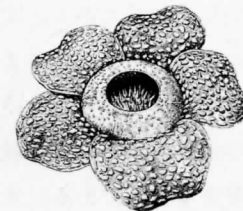


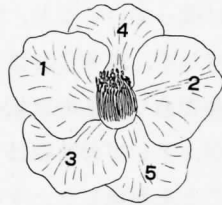
図1 ラフレシア  
(鈴木正彦『花・ふしぎ発見』  
講談社より)

5弁の花はすべて、ラフレシアと同じような順番で開くのだろうか。身近にある花で、開花の順番を確認することができないだろうか、と私の興味は移った。ツバキ科の花が5弁であることを思いだし、庭に咲いているツバキの花を観察することにした。

ツバキが開花するのをじっと眺めているのは無理なので、蕾をひとつ取ってきて部屋の中で調べることにした。蕾の花弁を1枚ずつはがしてみた。すると、ツバキもラフレシアと同じであった(図2)。数字で1から5は、1がいちばん手前にあるから、花弁の開く順序は5, 4, 3, 2, 1の順である。

花弁は角度が $360 \times 2 / 5$ ずつで、つまり2周してもとの位置にもどってくる。また、ツバキは開花の順番が左回りと右回りの2種類がある。

図2 ツバキの花弁  
(室井緯ほか『ほんとの植物観察』  
地人書館より)



これを知って、花は葉が変形したものであること、そして茎を極端に短くしたものであることを再確認した。

ところで、花の葉原基説を最初に唱えたのはゲーテである(1790年)。葉芽(ようが)と花芽(かが)は違ったものであり、葉がすべて花になることはない。この説は一部のあやまりを含んでいるが、大筋において間違っていない。

ゲーテは『若きウエルテルの悩み』や『ファウスト』で有名なドイツの詩人である。このゲーテが自然科学にも造詣が深かったことは意外と知られていない。彼は、形態学の創始者となっている。昔の学者は、さまざまな分野で活躍している。今日の現状と照らし合わせてみて、すこし羨ましい気がする。

5弁の花はすべて、ラフレシアと同じような順番で開くとは限らない。ハイビスカス(アオイ科)の花は、隣り合わせの順番に開いていく。だから、ラフレシアやツバキの5弁とハイビスカスの5弁は原理が別であるのかもしれない。

葉の役目は光合成をすることである。光合成をするためには太陽の光を最大限

に利用しなければならない。植物がお互いに陰を作りにくくするような葉のつき方には、つぎの4つの方法がある(図3)。まず、2枚の葉が茎の同じ高さから対称にできるようなつき方で、これを対生(たいせい)という。また、2枚の葉が茎の異なる高さに交互についていくつき方を互生(ごせい)という。

つぎに、3枚の葉が茎の同じ高さから出ているつき方を輪生(りんせい)という。さらに、3枚の葉が茎の異なる高さから出ているものを、らせんという。

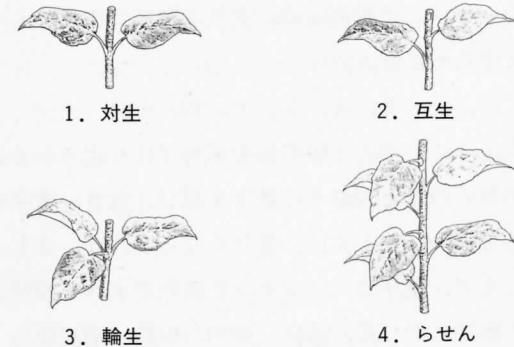


図3 葉の配置  
(『ネイチャーワークス』  
同朋舎より)

葉が多くなれば、らせん状につけていけば陰を作りにくくなる。葉の配置のことを葉序(ようじょ)といい、らせん状についていることをらせん葉序という。らせん葉序を上から見た断面図は図4になる。

互生葉序やらせん葉序には、つぎに説明する開度の違いによってさまざまなタイプがある。開度とは、葉序を示す断面図で、茎と1枚の葉中心を結ぶ線と、茎のそのすぐ上の(あるいは下の)葉の中心を結ぶ線とのつくる角である。図4の例は開度は144度であり、144度は360度の $2/5$ であるから $2/5$ 葉序という。葉序には $1/2$ ,  $1/3$ ,  $2/5$ ,  $3/8$ ,  $5/13$ などきわめて多くのタイプが知られている。

分数で表す葉序の表示法の分子はまわるらせんの数、分母はその間につく葉の数と思ってよい。 $3/8$ 葉序は3周する間に8つの葉がつき、 $5/13$ 葉序は5周する間に13枚の葉がつくことを表している。我が家のシャクナゲ(ツツジ科)の葉序を観察すると、 $2/5$ のらせん葉序であることを確認できた。シャクナゲは5弁花である。

図4 らせん葉序  
(原襄  
『植物観察入門』培風館より)



植物の葉のこのようなつき方はフィボナッチ数列という数式で表すことができる。フィボナッチ数列とは、高校の数学で出てくるが、もともとは植物の研究からでてきたものだ。

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

というように、前の2項の和を求めて作り出される数列である。

この数列のひとつおきに数字を選び、大きい数字を分母に、小さい数字を分子にするとよい。たとえば、2と5なら $2/5$ 、3と8なら $3/8$ である。

ところで、葉序はフィボナッチ数列ですべて説明されるのだろうか？

この疑問に対して、原襄『植物の形態(増訂版)』(裳華房)には、つぎのような興味ある指摘がある。

このような数学的な関係が発見されると、学問的な興味は、その方向へ深まっていくのは当然の成り行きである。かくして葉序の議論は、茎頂における実際の葉の発生過程を直接検討するという生物学的な方向よりは、むしろ数学的な数値をもとにして進み、フィボナッチ数列は黄金分割という問題に直結していることにかからめて進行した。そして、茎頂において葉原基は、極限的には黄金分割に関連した位置に発生するものではないかという議論にまで発展した。

しかし、現実の問題として、茎頂がどのようにして葉を発生させるか、そして発生した葉原基が、二次的にどのような位置の変化をおこすかを綿密に観察することなしに、数学的な計算だけで議論を進めていくことは適当でない、と。

数学者として、非常に耳の痛い話である。私も彼の意見にまったく同感である。フィボナッチ数列それ自体は数学的に魅力あるものだが、葉序から黄金分割までむすびつける数学屋の強引さには以前から疑問をもっていた。やはり、実際の生物を観察することから離れては駄目である。  
(大阪経済大学)

連載◆算数・数学 喜怒哀楽 ⑧

## MEET THE NEKO-SENNIN

下町 壽男 (岩手)

かうみゃうの「さんじゅつし」といひしをのこ、その名は「ネコ仙人」。私もまっちと相棒ちかびゅうは、ネコ仙人に出会うべく妖怪が出没する岩手山麓を歩き続けるのだった。さて、今回、我々の前に立ちふさがったのは、サイコロ大王サイコロンだ。このサイコロンが出す問題に答えなければネコ仙人のもとにはいけないのだという。さてどんな問題が出されることやら。



サイコロ大王

「サイコロを7個投げる。このとき、目の和が20になったら100万円というのと、30になったら150万円というのではどっちが得か答えてみよ？」

サイコロンは早速我々に問題を出した。うーん。これは難しい。ちかびゅうと2人で手分けして数え上げても大変な時間がかかるだろう。一体どうすればいいのだろう。我々は途方に暮れた。

「どっちの場合の数が多いかはわかるだに」

ちかびゅうは最近覚えたポケビの口調をまねて私にいった。