

```

24,25,43,42,35,34,24, 26,27,45,44,37,36,26,
28,29,47,46,39,38,28, 40,41,52,53,51,50,40,
42,43,54,55,53,52,42, 44,45,56,57,55,54,44,
46,47,58,59,57,56,46, 48,49,50,51,59,58,48,
/* 終了を表すコード */
999 };

```

```

DrawSur566(){
  int i,j,k;
  double v0,v1,v2,v3;
  for(i=0;Sur566[i]!=999;i++){
    v0=Vertex[Sur566[i][1]][0]-Vertex[Sur566[i][0]][0];
    v1=Vertex[Sur566[i][2]][1]-Vertex[Sur566[i][0]][1];
    v2=Vertex[Sur566[i][2]][0]-Vertex[Sur566[i][0]][0];
    v3=Vertex[Sur566[i][1]][1]-Vertex[Sur566[i][0]][1];
    if( v0*v1-v2*v3>0 ){
      moveto(ORIGINEX+SCALE*Vertex[Sur566[i][3]][0],
            ORIGINEX+SCALE*Vertex[Sur566[i][3]][1]);
      j=Sur566[i];
      do {
        i++;
        lineto(ORIGINEX+SCALE*Vertex[Sur566[i][j]][0],
              ORIGINEX+SCALE*Vertex[Sur566[i][j]][1]);
      } while (j!=Sur566[i]);
    }
    else {
      j=Sur566[i];
      do {
        i++;
      } while (j!=Sur566[i]);
    }
  }
}

```

まとめてみましょう。

2.10 C言語によるプログラム例 (5-6-6 準正多面体を描く.)

```

#include<stdio.h>
#include<graphics.h>

#define ORIGINEX 320
#define ORIGINEXY 200
#define SCALE 200
#define AA 0.618034

static double ico[12][3]={ /* 2.8 章 */
.....
};

static int Sur566[]={ /* 2.8 章 */
.....
};

int vcount;
double Vertex[60][3];

InitGraphics(){ /* 2.2 章 */
.....
}

Rotate(i,j) /* 2.4 章 */
int i,j;
{
.....
}

santobun(i,j) /* 2.8 章 */
int i,j;

```

```

{
.....
}

vertex566() /* 2.8 章 */
{
.....
}

DrawSur566(){ /* 2.8 章 */
.....
}

main(){
  int i1,i2;
  InitGraphics();
  vertex566();
  printf("横に何度、縦に何度回しますか");
  scanf("%d %d",&i1,&i2);
  Rotate(i1,i2);
  DrawSur566();
  closegraph();
}

```

今回は準正多面体の分類と、それらの頂点の座標の
求め方について考えたいと思います。

(あはら・かずし, 明治大学・理工学部)



研究室の窓

ブーメランの数理

西山 豊

いくつかの誤解

物理学者のほとんどは、一度はブーメランの魅力にとりつかれるらしい。ところが、このブーメランも「危険」「戻ってこない」などの理由で、それをキャッチした者は極めて少ない。

ブーメランにはいくつかの誤解がある。まず、「く」の字形になっているから戻ってくるという誤解である。この事は後述するが、戻るための物理学上の理論からは、その翼が2枚でも3枚でも関係しない。オーストラリアでは2枚翼が知られているが、スポーツ用ブーメランとして競技会で用いられるのは、飛行の安定性、キャッチのしやすさから3枚翼が主流である。

次に、オーストラリア製ならすべて戻るという誤解である。アボリジニのブーメランは戦闘や狩猟に用いられた。その形は2枚翼が主で、大きさ、重さ、交角は様々である。これらのものは、戻ってこないものと戻ってくるものに大別され、前者がほとんどである。最近の観光ブームでオーストラリアの土産としてカンガルーの絵を描いたものが多いが、それらは装飾用であり、戻ってこないと考えたほうがよい。

鳥やカンガルーに向かって投げ、当ればその場所に落ち、当らなければ戻ってくるというのは、作り話である。獲物にダメージを与えるには相当の重さがなくてはならないし、重すぎると飛ばない。

さらに、風に押し戻されるから戻るという誤解である。驚くべきことに、無風の状態で、たとえば室内での競技も可能である。室内では理想状態であるので、再現性があり理論が確立されやすい。

ヨットが風に対して前進する不思議を説明するのと同様、ブーメランがどうして戻ってくるのかを説明するのは学問的にも興味のあることである。

私が研究を始めた頃(1976年)は、ブーメランに関する文献は皆無であった。現在でも数少ない。自作しては投げ、戻ってくる理由をあれこれ考えたものである。『数学セミナー』に発表した「ブーメランの飛行力学」は、今から思うとかなり粗っぽいものだが、当時としては精一杯の理論展開であった。

数年前、カメラのCFでブーメランを用いて頭上のりんごを割るシーンを見た。また1980年代からブーメランの世界大会が開催されるようになり、1986年に日本ブーメラン協会が設立されている。

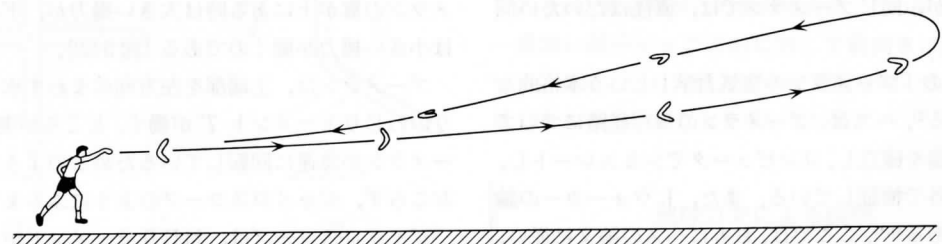


図1 飛行経路(側面図)

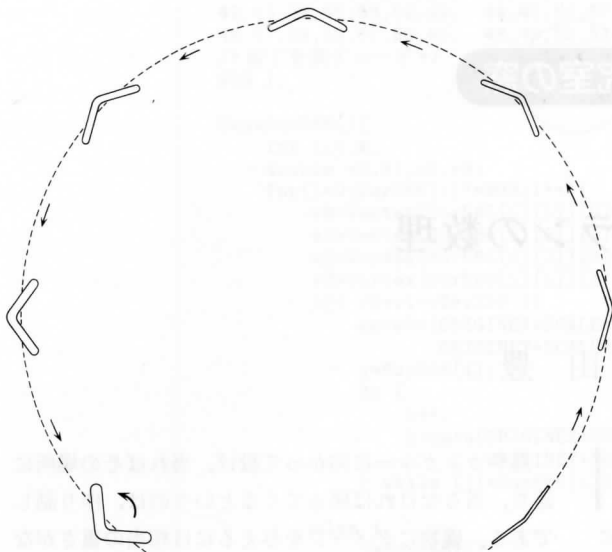


図2 左旋回と横倒し(上空から見た図)
(参考文献4)を模写)

ブーメランの軌跡

ブーメランは、戻ってくるブーメランを作り、戻ってくるように投げなければならない。投げ方の基本は、ほとんど垂直に立てて投げることにスピンの(回転)を与えることである。

ブーメランの飛行経路を投げ手の側面から見ると図1のようになる。ブーメランを規則通りに投げると、進路を左側に変えるとともに横倒し(水平)になる。図2にその模様を示す。フリスビーのように水平に(横投げ)すれば、急上昇してストンと落ちてしまう。

典型的なブーメランの軌跡は約30mの直径と約10mの高さになる。ブーメランは、約95km/時の前進速度と約10回転/秒で飛行を開始する。空中には約8秒間いる。ブーメラン自体のもつ特性で様々な経路を飛び交うが、同じブーメランでは、直径はだいたい同じである。

F.ヘスの「ブーメランの空気力学」という本格的な論文がある²⁾。ヘスは、ブーメランの飛行経路について力学の理論を確立し、コンピュータでシミュレートし、そして野外で検証している。また、J.ウォーカーの論文が2編ある^{3),4)}。ここでは、おもにヘスの論文に従い、戻ってくる理由を説明しよう。

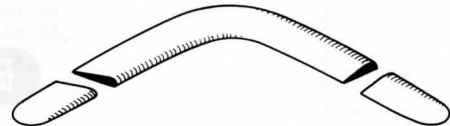


図3 翼形断面

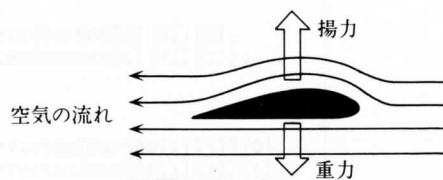


図4 揚力の発生

円弧を描く理由

ブーメランの形状を図3に示す。翼の断面は、前縁が太く後縁が細くなっている。この翼形断面により、揚力が生まれる(図4)。

ところで、図3に示したものは、右利き用であり、左利きの場合は左利き用ブーメランを作らねばならない。飛行経路を含むすべてについて、左利きは右利きの鏡像対称である。

ブーメランの回転面を垂直にして水平方向に投げると、2つの翼は空気に「翼をつける」。空気は、図4に示したように平らな面から凸な面へ力を及ぼす。右利き投げでは、力は投げ手からは右から左へ向く。しかし、この力だけではブーメランを左に曲がらせることができない。

図5(1)に示すように、ブーメランの翼が回転していると、翼が上にある時は前進速度 v に回転速度 a が加えられ $(v+a)$ 、下にある時は向きが逆になっているため結果として速度が減じられる $(v-a)$ 。つまり、ブーメランの翼が上にある時は大きい揚力が、下にある時は小さい揚力が働くのである(図5(2))。

ブーメランは、上端部を左方向にまわす水平軸まわりのねじりモーメント T が働く。ところが実際は、ブーメランが急速に回転しているためこのような回転はおこらず、ジャイロスコープのようにふるまう。

ジャイロスコープは、ねじりモーメントが与えられるとその向きにではなく、回転軸とねじり軸の両方に

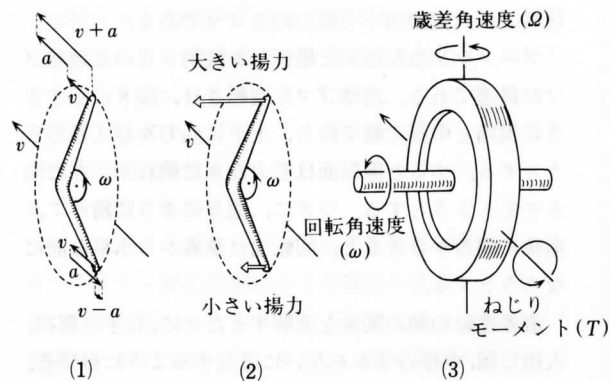


図5 揚力差による歳差運動
(参考文献2)を模写)

垂直な軸に向きを変えるという特性がある(図5(3))。この動きは歳差運動と呼ばれている。

歳差運動の現象は身近なもので説明される。ハンドルなしの自転車に乗ってカーブを曲がろうとして車体を左に傾けると、前輪は左に向きを変えることなど。

横倒しになる理由

さらに、ブーメラン面は飛行の開始時点でかなり垂直になっていても最後にはほとんど水平になる。

ヘリコプターの回転翼のような十文字ブーメランの場合、重心は翼が交差するところにあるが(図6(1))、普通のブーメランはそうではない(図6(2))。

翼が風に対して一定速度 v で直進しているとする。 v を翼に垂直な成分に置き換え、これを有効速度 v_{eff} とする、すべての点で前進速度 v は一定であるが、回

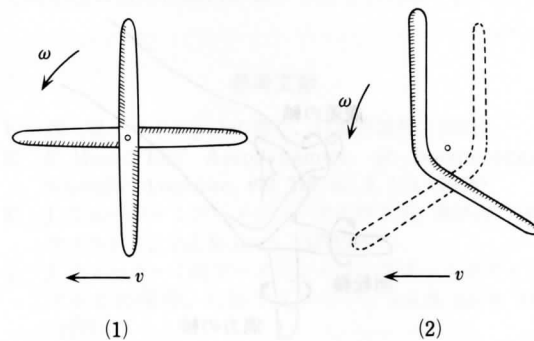
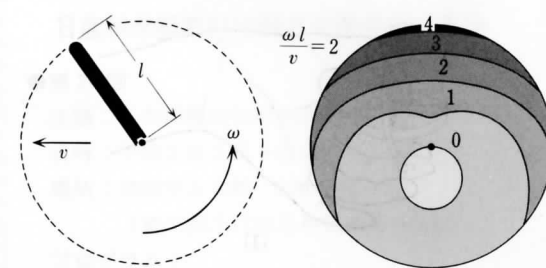
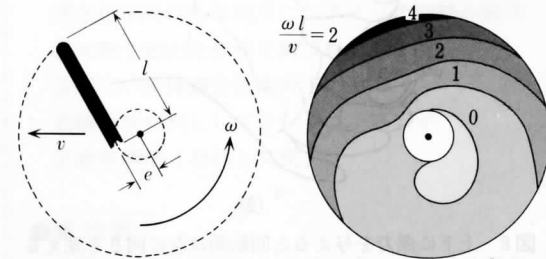


図6 重心の位置(参考文献2)を模写)



(1) 十文字ブーメラン



(2) 普通のブーメラン

図7 揚力分布(参考文献2)を模写)

転速度は異なる。角速度 ω と回転軸からの距離 r により、この速度は ωr である。速度 v と ωr を合成し、翼に垂直な成分 v_{eff} を求める。

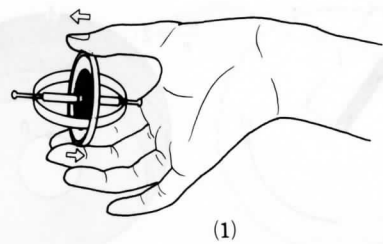
ブーメランは二本翼であるが、単純化のため一本翼とする。まず、この一本翼がある角度で、 $(v_{\text{eff}})^2$ の値が翼のすべての点で計算される。そして、翼が僅かに回転してもこの計算が繰り返され、一回転して翼が円の面をひとかきするまで続けるなら、図7のようなパターンができあがる。

$\omega l/v=2$ としたとき、上図は十文字ブーメランであり、下図は普通のブーメランのものである。

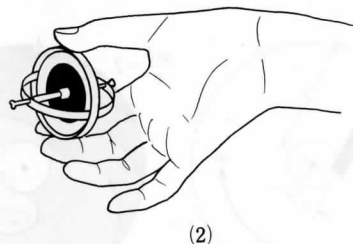
各図とも、上部は下部より黒く陰影してある。これは、 $(v_{\text{eff}})^2$ の値が大きい、つまり揚力が大きいことを示している。離心率が0の翼の場合は、図が完全に対称であるが、離心率が正の翼の場合は、この図と異なる。一番黒い部分が v の方向に対して前向きに移動している。このことは、偶力が v に垂直な軸のまわりにも成分をもっていることを示している。

地球ゴマによる説明

地球ゴマは、遊びながら豊かな科学心を育てる教育



(1)



(2)

図8 上下に偶力を与えると回転面は左に向きを変える

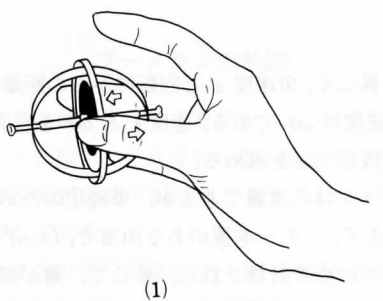
玩具で、大変面白くて魅力的なコマである。

ブーメランの左旋回と横倒しを説明するのに地球ゴマが最適である。地球ゴマを回転させ、図8に示すように親指と中指で軽く持ち、上下に偶力を与えねじろうとする。すると回転面はその向きに倒れず、左に向きを変えようとする。つぎに、図9のように持って、前後に偶力を与えると、回転面は垂直から水平な面になろうとする。

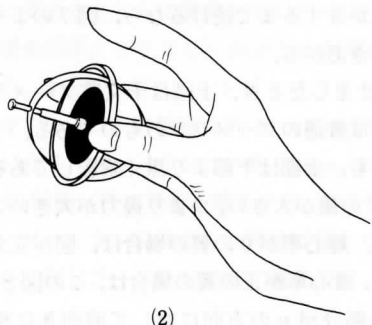
歳差運動の軸の関係を理解するために、右手の親指、人差し指、中指の3本を互いに直交するように形作る。コマが回転する軸を中指に、この回転面を上下または前後にねじろうとする偶力の軸を人差し指に対応させると、歳差の軸は親指になる。この場合、左旋回と横倒しの両方とも、「右手の法則」は保たれていることになる(図10(1),(2))。

理論式とシミュレーション

ブーメランの運動方程式を決定する諸力は次の4つである。それは、揚力 L 、ねじり力 T (これは v に平

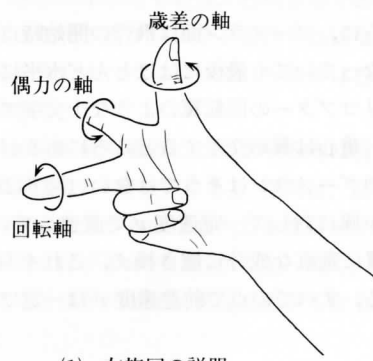


(1)



(2)

図9 前後に偶力を与えると回転面は横倒しになる



(1) 左旋回の説明



(2) 横倒しの説明

図10 歳差運動の右手の法則



行な軸まわりの成分 T_1 と、垂直な軸まわりの成分 T_2 に分解される), 前進速度 v を遅らせる抗力 D , ねじり力を遅らせるねじり抗力 T_b である。

運動方程式は、ブーメランの特性に関係した数値と投げ方の初期条件を与えることによって、コンピュータで数値的に解かれる。

ヘスは、シミュレーション結果を野外で実験するためブーメラン翼の先端に小さな電球を装着し、ブーメランの中心部のくぼみに1.5ボルトの小さな電池を2個置き、線でつないだ。そして、夜間飛行の撮影に成功し、理論を検証している。1968年当時の撮影機材が十分でない時代にやっていたのだから大したものだ。否、機材がなかったからこそ、創造的な理論が確立されたのかも知れない。

競技大会のことなど

ブーメランの世界大会が1980年代から開催されるようになり、参加国や競技人口が増えている。競技種目は色々あり、より速く、より遠く、より正確にキャッチするかを競うスポーツとしての醍醐味がある。

なかでも、ファーストキャッチと呼ばれる種目は、半径2m円内から投げ20m以上飛ばし、5回キャッチするまでのタイムを競うものである。1992年世界大会の公式記録では、フランスのグレゴリーが15.03秒の新記録を出している。見ていると溜め息が出るほど素晴らしい。投げ手は定位置でほとんど動かず、軌道は目の高さの水平面をほぼ完全な円軌道を描いて戻る。

最近活字からの知識で理論を組み立てることが多くなっている。研究の暇をみつけて、ブーメランでも飛ばしてみてもどうだろうか。単なるレジャーではなく科学性に富んだ面白い遊びと思うのだが…。

参考文献

- 1) 西山豊：サイエンスの香り，日本評論社(1991)
- 2) F. Hess: The Aerodynamics of boomerangs, *Scientific American*, vol. 219, no. 5, 124 (1968)
- 3) J. ウォーカー：ブーメラン—その作り方、飛び方、日経サイエンス, vol. 9, no. 5, 132(1979)
- 4) J. ウォーカー：続ブーメラン—ゴルフボールのディンプルとの関係, 日経サイエンス, vol. 9, no. 6, 133 (1979)

(にしやま・ゆたか, 大阪経済大学・経営学部)

日産科学振興財団研究発表会のご案内

●第28回

主題：「有機機能性材料の創製と機能の解明」

日時：平成5年7月9日(金)13:10~17:00

場所：神田学士会館 320号室

(東京都千代田区神田錦町3-28)

プログラム：

- ①光に応答する機能材料
- ②今注目されている新規キノン系補酵素
- ③生化学反応系を利用したスイッチ回路の開発
- ④天然を超えた機能を持つたんぱく質
- ⑤新しい生体適合性高分子の合成
- ⑥機能性材料としてのシリコン高分子
- ⑦総括講演「材料と文化」

*

●第29回

主題：「マン・マシン・インターフェイスにおける心理学的側面」

日時：平成5年7月21日(水)13:10~17:15

場所：神田学士会館 320号室

プログラム：

- ①ヒューマン・インターフェイスの科学
- ②視空間と運動視
- ③認知的人工物としてのコミュニケーション・システム
- ④リズムの乱れと仕事の能率
- ⑤臨床的な痛みの客観的評価のための痛覚反応計測
- ⑥未熟児集中治療のヒューマンインターフェイス
- ⑦総括講演「高齢化社会とヒューマン・インターフェイス」

*

<参加申し込み>

参加費：無料(先着順100名まで)

申込方法：事務局まで葉書または電話にてお申し込み下さい。

申込期限：第28回…7月2日(金)

第29回…7月14日(水)

申込先：日産科学振興財団 事務局

〒104 東京都中央区銀座6-17-2

Tel: 03-3543-5597 (代表)

Fax: 03-3543-5598