ていたのだが，いつのまにか，何のさかしらか，微分学・積分学というのが流行になった．例の昇格であろう．幾何学・代数学などに対して微分法・積分法では肩身が狭く思われるのであろう．しかし法を何と心得ているのであろうか．法こそは学の基本である．（中略）

微分・積分を総合して単に calculus と呼ぶことは英米では今でも行なわれているようだが，明治時代には日本でもそうであった．この略称を正式にしたのが infinitesimal calculus，直訳すれば微小算法であろうが，そんなに改まらなくても微分積分法或は略して微積でも沢山ではあるまいか．

高木はこのように，まず名前について「苦言」する．誰が相手なのか判らないが，ともかくそういう風潮に対して文句をつけているのである．そもそも『微積の体系といったようなこと』というタイトル自体を見たとき，「微積」とはずいぶんクダケていると感じたが，それも高木の主張のうちであったのだ．これは，しかし，軽いジャブである．本当の主題が次に現われる：

名目の詮議ももはや沢山であろう．本話の目標は微積分の体制ということであった．この場合体制はおかしいが，つまり初学者に微分積分への手引きをするのにどういう仕組みにしたらばよかろうかというのだ．要約すれば，微分と積分とを切り離し又は対立させて，「微分のことは微分でする」というような考え方は不適切であろうというのだ．両手ですれば具合よくできることを強いて片手でしてみたり，両足でらくに歩けるのを片足で跳ねて行くというようなことは，特別の理由がない限り，無益な難行苦行というものであろう．

何と，高木は「ビブンのことをビブンでせよ」には真っ向から反対なのだ．この意味でも冒頭に引用した「伝説」は，高木の考えとは全くの逆を伝えている．もっともらしい話ではあったが，これほどまでに実際と違うとは．もちろん，「高木貞治のセンスの悪さ」云々はここで根拠を失う．かりそめにも噂をもとに他人を貶めるのは人道に外れる業である．軽率な評価をして恥をかきたくないものである．

●── 注

（注7） 原稿完成後，矢野健太郎『数学者としゃれ』という一文を見る機会があった（『数学のおくりもの』（旺文社文庫，1980）；元は『数学ずいひつ』（新潮社，1969）に収録のもの）．それによると「あるとき先生は…ついに微分学だけを用いて証明することに成功された．」とあるから，紛れもなく矢野自身は高木貞治その人が証明したと信じていたことが判る．一度信じた話なので，確認のために原典を見ることなく，確信をもって再生産していたのであろう．同書に収録の『数学者の逸話』には，パスカルの発見（パスカルの定理）について「夢のなかに現われた神様から教わった」と話を作って，或る先生からおこられた話が書いてある．あまり罪の意識はないようだ．

（注8） 『数学セミナー』2002年12月号，pp. 74-75，及び同誌1999年8月号，pp. 14-15.

（注9） 例えば，森毅「微積分の七不思議」（『数学の歩み』5-4(1957)，60-64 & 59），森毅の書評「N. Bourbaki: *Fonctions d'une variable réelle*」（『数学の歩み』8-1(1960)，48-55）．また，Nという署名の「微積分について（その I）」（『数学の歩み』6-5(1959)，17-18）の提言とそれを承けての会合「微積分を通して数学を語る会」の記録（『数学の歩み』8-4(1961)，24-29）もある．

SSS（新数学人集団）については『数学セミナー』1972年6月号，1984年1月号，1993年12月号，1997年2月号に関連する記事がある．

SSSとは別だが，『解析概論』以降の微積分の書物のなかで，高木のやり方を踏襲し，多変数にまで適用しようとしたように見えるのが，亀谷俊司『初等解析学 I, II』（岩波全書，1953, 1958）である．高木式に多変数の連続函数の積分可能性を議論するのはマズイのだが，『解析概論』第8章ではうっかり1変数の時と同様と片づけてしまっている．推測でしかないが，亀谷はこれに正面から取り組んだのかもしれない．但し，多変数では一様連続性を使っているから，亀谷に「一様連続性」を使う・使わないの問題意識があったかどうかは不明である．本人の『追想 高木貞治先生』中の寄稿にも関連する記述は残されていない．

［うめだ とおる］

博物館で見た オルダム継手

西山 豊
●大阪経済大学経営情報学部

数学はつねに具体的である．京大総合博物館を見学しているとき，オルダム継手（Oldham's coupling）という機械の模型に目がとまり，そのように感じた．これは，19世紀から20世紀にかけて近代化のためドイツから輸入した機械のモデルで，オルダムは考案者の名前のようである．手で触ることができ，その奇妙で不思議な動きのとりこになってしまった．

ここに，わずかにずれた平行な2本の軸がある．左の軸の回転を右の軸に回転を正確に伝えるためにはどうすればいいのだろうか．

素人考えでは，歯車を3個用いることが浮かぶ．歯車の歯数が同じものを2個，それに回転の向きをかえるための1個の合計3個で可能だ．しかし，軸間の距離があまりにも小さいので，そうとう小さい歯車が必要でこれは現実的ではない．自在継手というのがある．これを2箇所に用いれば可能といえば可能であるが機構が複雑になる．ベルトをかけるという方法も考えられるが，ベルトは伸び縮みするし，すり減ったりするので回転が正確には伝わらない．

ここに紹介するオルダム継手は，きわめて数学的で，その数学も中学生程度の幾何学の問題として捉えることができるので，ぜひとも読者に紹介しておきたい．

＊　＊　＊　＊

オルダム継手の構造を森田鈞の文献［1］をもとに模写したものが図1である．3つの円盤 a, b, c からなり，a または c に回転を与えると，b は a と c に対してすべりながら回転する．この機構のことを回り両スライダ機構といい，b のことを「二重すべり子」とよんでいる．a と c は円盤の直径に沿って溝が切ってあり，b は図1(2)に示すように両面にそれぞれ直角をなす突起がでていて，これが a と c の溝に入るようになっている．a がある角度回転すると，b も c も同じ角度回転するので，a と c の角速度は等しくなる．

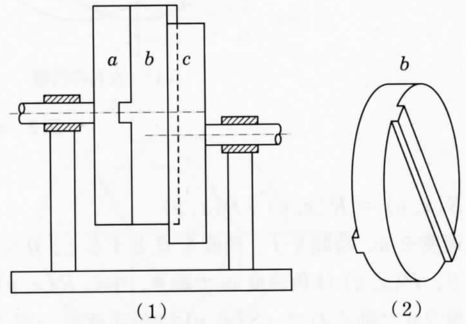


図1 回り両スライダ機構

オルダム継手は3つの円盤から成り立つ．左右の円盤は等角速度の円運動をしているが，真ん中の円盤の運動は円でも楕円でもない，サイクロイドやトロコイドなどのように媒介変数を使った運動をおこなう．それを数式で確認してみよう．

3つの円盤を図2のようにモデル化してみた．円盤 a の溝の先端の点を P，円盤 c の溝の先端の点を Q とする．P は O_1 が中心で半径 r の等速円運動をしている．Q は O_1 と d だけ離れた O_2 が中心で半径 r の等速円運動をしている．$P(x, y)$ と $Q(x, y)$ の座標はつぎのようになる．

$$P\left(r\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right),\ r\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\right)$$

$$Q(r\cos(-\theta)+d,\ r\sin(-\theta))$$

2つの直交する溝の交点の座標を $R(x, y)$ とすると，これが円盤 b の中心 O_3 となり，計算により

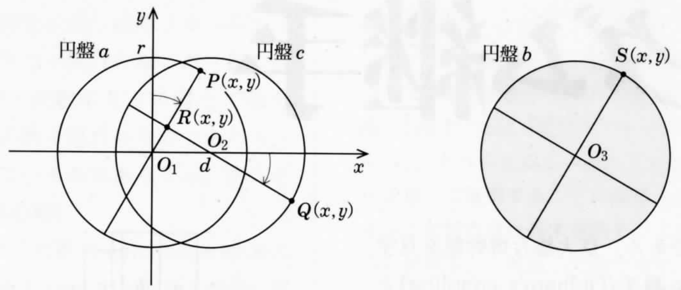
$$R\left(\frac{d}{2}(1-\cos 2\theta),\ \frac{d}{2}\sin 2\theta\right)$$

となる．

点 R は中心が $\left(\frac{d}{2},\ 0\right)$，半径が $\frac{d}{2}$ の等速円運動となる．また，この点 R は角速度が円盤 a，円盤 c の角速度の2倍になっていることに注意すること．

したがって，円盤 b の円周上の点 $S(x, y)$ はつぎのようになる．

『数学セミナー』vol. 43, no. 2, 2004. 2



（1） 左右の円盤　　（2） 真ん中の二重すべり子

図2 オルダム継手の座標系

$$S(x,y)=R(x,y)+P(x,y)$$

角速度を ω，時間を t，角度を θ とすると，$\theta=\omega t$ であり，$P(x,y)$ は角速度 ω で動き，中心 $R(x,y)$ は角速度 2ω で動くので，$S(x,y)$ は角速度が一定でないことがわかる．t に関して x 方向の微分，y 方向の微分が計算できるが，サイクロイドと同じように単純な数式（$f(x,y)=0$ のような形）で表すことはできない．数式で明示できないが，Δt を小さくとって $S(x,y)$，$S'\left(\dfrac{dx}{dt},\dfrac{dy}{dt}\right)$ を数値計算してみると，等角速度運動でないことがわかった．

なお溝の直交性の関係は必要条件ではない．角度を持たせておくことだけが必要で，そうすれば2つの軸間に回転運動を正確に伝えることができるが，ここではそれについては深く立ち入らない．

θ が0から π まで変化するとき，3つの円盤がどのように動くかを図3にまとめた．変化の様子を知るために円盤上の点を丸印で示した．円盤 a と円盤 b は溝の先端の点であるが，円盤 c は溝から $\dfrac{\pi}{2}$ だけずらしてある．左右の円盤 a と c は中心が固定されているので単純な円運動をするが，真ん中の円盤 b は中心がつねに移動するので複雑な動きとなる．軌道は円軌道でも楕円軌道でもない．また速度も等速ではなく前半（$0\leq\theta\leq\dfrac{\pi}{2}$ のとき）は円盤 c の後を追いかけるように速度を増しながら進み，後半（$\dfrac{\pi}{2}\leq 0\leq\pi$ のとき）は円盤 c に追いかけられるように進む．円盤 b が移動した領域の包絡線は中心が $\left(\dfrac{d}{2},0\right)$，半径が $r+\dfrac{d}{2}$ の円となる．したがって，円盤 b はこの円をはみ出ることはない．

座標を数式化して，その方程式を微分すれば速度の変化を知ることができるが，式が煩雑になるので割愛する．それにしても円盤 b の複雑な動きには驚かされる．

＊　＊　＊　＊

オルダム継手の動きのメカニズムについて理論上の確認はできたが，ほんとうにうまく動くのだろうか．私は模型が作ってみたくなった．最初はボール紙で作ったがうまくいかなかった．そこで木で作ってみることにした．木工用の部材が販売されているので，それを組合せて作ったのが図4である．約2000円の材料費で作れた．溝を切ったり突起を作ったりの凹凸の部分は精度が要求されるのでお店の人にカットしてもらった．博物館で見たオルダム継手は金属製だが，木製でもその機能を再現するには十分であった．

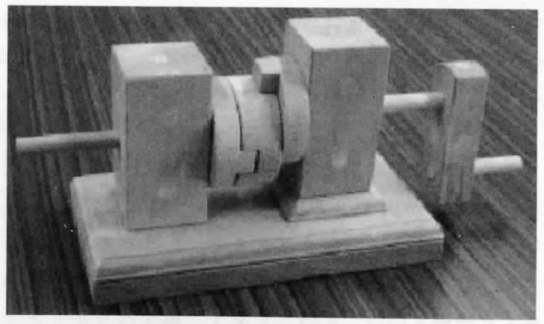


図4 自作したオルダム継手の模型

数学のアイデアが産業機械に反映されているのを知って，数学を専攻していることをなんとなく嬉しく思った．

?

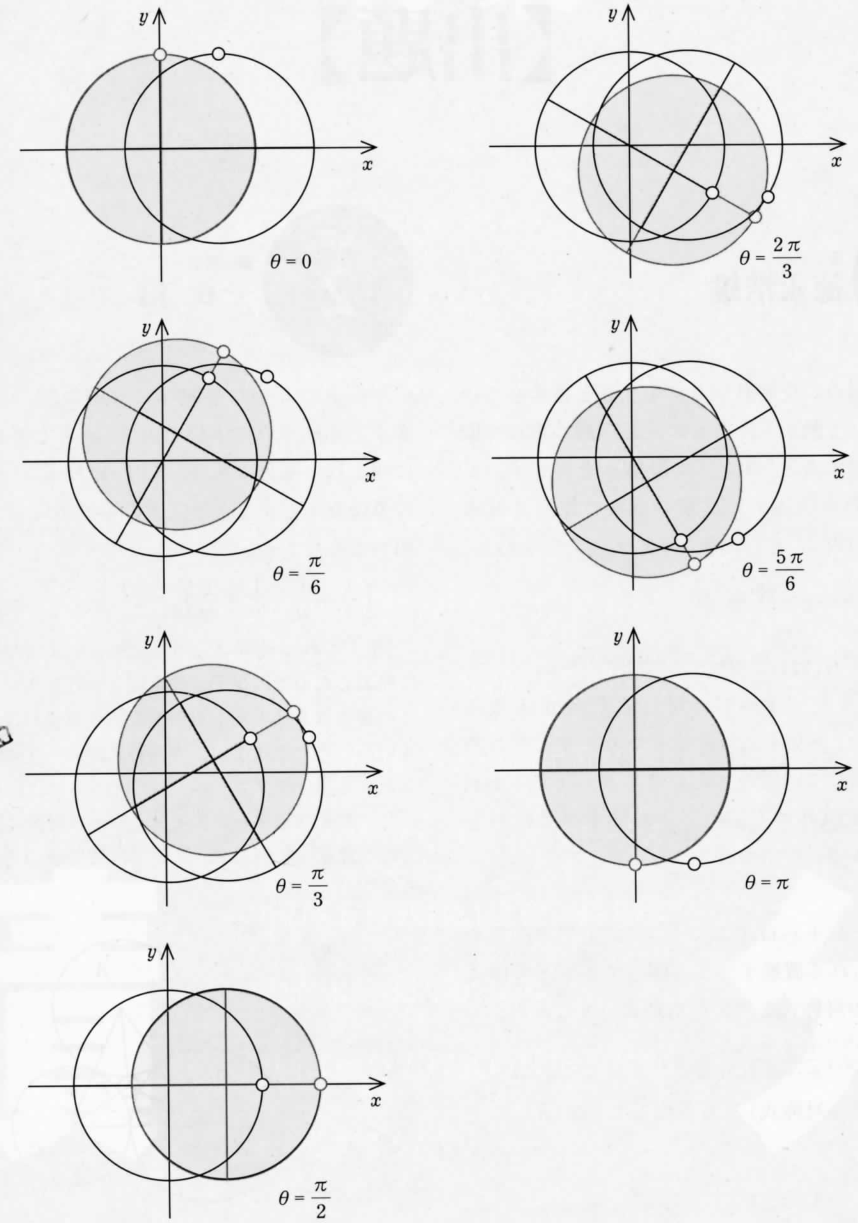


図3 推移図（$0\leq\theta\leq\pi$）

［付記］ インターネットのホームページで「オルダム継手」と検索すれば，オルダム継手の動画を MPEG 形式で見ることができる．

参考文献

［1］ 森田鈞『機構学』実教出版，1974年，p. 158-p. 159

［2］ 齋藤二郎『機構学のアプローチ』大河出版，1976年，p. 146-p. 147

［にしやま ゆたか］