

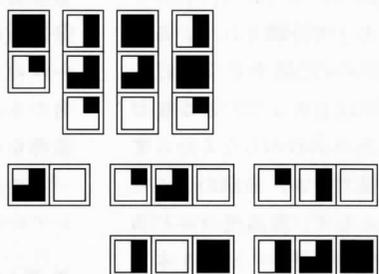
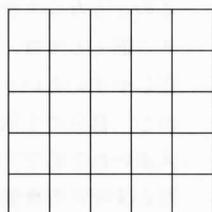
エレガントな解答

をもとむ

●出題者
解答 ●出題
2005年3月号

●出題者
1 西山 豊

1×2の長方形が2個、1×3の長方形が7個あります。これらを5×5のマスの目に入れて、たて、横、斜めに同じ図柄がこないようにしてください。図を適当な大きさに拡大してハサミで切って試してください。このパズルは知人から「外国で買った土産です」として紹介されたものを、図柄や数字を変更して作成したものです。



解答

1

応募総数は25通で、年齢の分布は10代が5名、20代が2名、30代が1名、40代が6名、50代が6名、60代が3名、70代が1名、80代が1名でした。25通のうち正解は13通でした。

読者解答の中には「たて、横、斜めに同じ図柄がこないように」というのを、意味を取り間違えたものが数通ありました。これは魔方陣というたて、横、斜めの意味です。さて、正解者の中には「あっけなく数分間で解けてしまったがこれでいいのか、解の一意性が心配だ」というものから、「そうとうがんばったが解が見つからなかった、ゆえに解なし」というものまで千差万別でした。

解答を図1に示しておきます。図柄を下記のように



数字の0から4までを対応させると、数字に置き換えたものは図1右となります。

さて、正解に至る過程ですが、この問題をパソコンで解こうとするなら、おそらく問題をより複雑にするだけでしょう。ちょっとしたヒントに気づくと簡単に解くことができます。最近では虫食い算などの問題を鉛筆とノートで解かずにパソコンに頼るといのが風潮です。そこでその裏をかいたつもりで出題しました。パズルの答えが重要なのではなく、解に至るまでの数学的思考法です。さすが、パソコンで解くという無粋な解答はありませんでした。

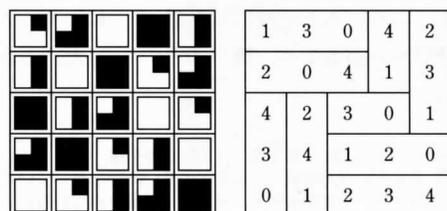


図1

強引に解くももっとも惨めな方法をまず示しておきます。2マスの長方形が2個、3マスの長方形が7個ありますが、これらを5×5のマスの目に入れることができるパターンをすべて書き上げます。そのパターンは約20通りあります。

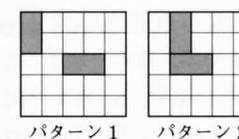


図2

残りの7個のパーツ(長さ=3)を入れ、反転などを考慮すると次の4つのパターンがあります。

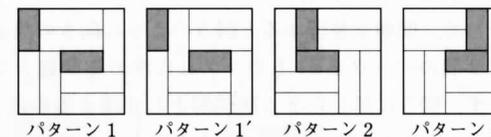


図3

2つのパターンしかないのは、つぎのような方法で確認できます。その一覧を図4に示しておきます。

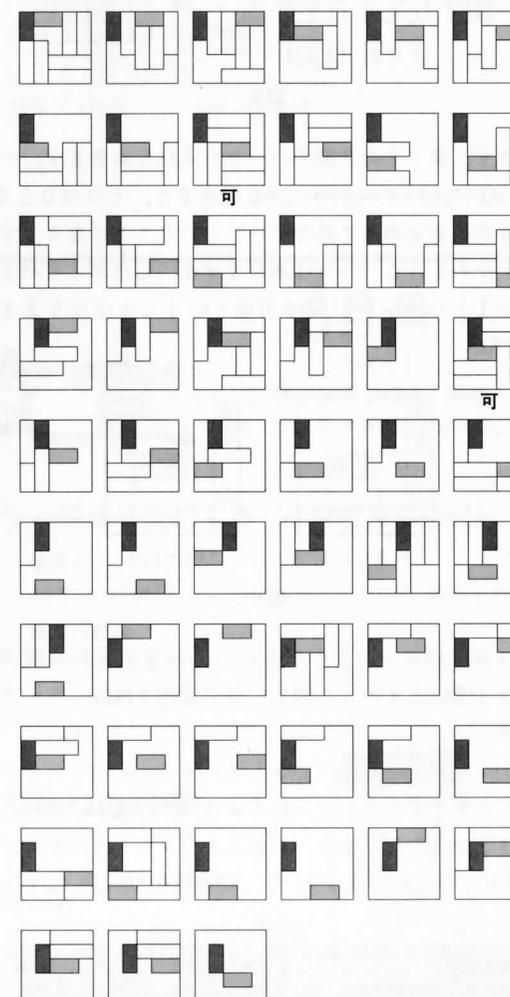


図4

9個のパーツの図柄を0, 1, 2, 3, 4の5つの数字で表します。20通りのパターンそれぞれに数字で表した9個のパーツを入れていきますと、プログラムは9重のループとなります。パーツの反転, 90度回転などを考慮するとループはさらに増えます。

パーツを入れ終わると、たて、横、斜めの合計が0+1+2+3+4=10になっているかを調べます。もしどれかがそうでなければ、パーツの入れ替えを行います。このようにして、考えられるすべてのパターンをしらみつぶしにチェックすると、解答が見つかるはずというわけです。こういう方法で解いたのはエレガントな解答とはいえません。私は、この最悪の方法で土産物のパズルを解きました。2年前の夏、無駄な1か月を費やしてしまったのです。

この出題には大きなヒントが隠されています。それは図柄をそろえるということです。図柄をそろえるとパーツのたて、横の向きが定まり、反転や90度回転を考慮する必要がなく、探すパターンが少なくて済むのです。

以下、こちらで用意した解答を説明します。

【解答】

9個のパーツは図柄をそろえると、たて向きが4個(長さ2が1個、長さ3が3個)、横向きが5個(長さ2が1個、長さ3が4個)となります。これは出題のときの配置図をみればわかるでしょう。もし読者がシャーロック・ホームズのように注意深く読み取るなら、この配置にヒントがあることに気づくはずですが、「図を適当な大きさに拡大してハサミで切って試してください」と書きましたが、ハサミで切り離してバラバラにすると書いていません。問題をやさしくした分だけ少し意地悪をして申し訳ありません。

そこで図柄を考えずに、たて向き、横向きの9個のパーツがどのような配置であれば5×5のマスの目に埋まるかを検討していきます。この場合、長さ2のパーツが2個(たて向きと横向き)を基準にすると整理しやすくなります。結論を言うと、2個のパーツ(長さ=2)の位置関係は、つぎの2つのパターンしかないということです。

長さ2(たて)と長さ2(横)を固定し、長さ3のパーツを埋めていきますが、途中で埋まらなくなると、その時点で不可能とします。57通りの組合せで調べた結果、9個のパーツがすべて埋まるのが2通りしか存在しませんでした。それが図2で示した2つのパターンです。このような作業はコツコツと計画的に行えば確認できると思います。このような説明をされていた解答が数通ありました。

そして、問題を整理すると図5のように向きの決まった9個のパーツを5×5のマスキに埋める問題となります。図3に示したように図形として埋まるのは4パターンでした。そこで、これらのパターンをひとつずつ検討することになります。

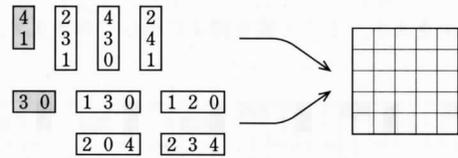


図5

まず、長さ2の2個のパーツを入れておきます。つぎに①に入れるべきパーツを考えると、それは0と2と3の組合せのたて長のパーツということになりますが、そのようなパーツはありません。したがってパターン1とパターン1'は不可能ということになります(図6)。

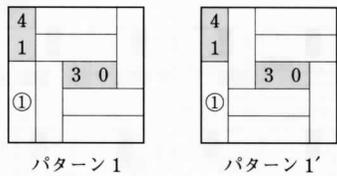
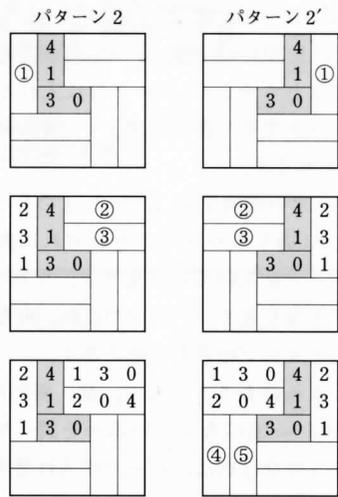


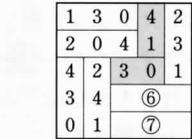
図6

つぎにパターン2とパターン2'は左右反転の関係になっていますので、図7に並べて描き検討していきます。

①に入れられるのは2-3-1または2-4-1です。そこでとりあえず2-3-1を入れておきます。②は1-3-0、③は2-0-4となります。このときパターン2は斜めが0-0-0となっていますので、この時点で不可能となりま

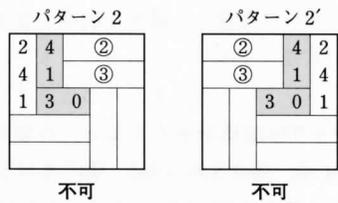


不可



可

図7



不可

不可

図8

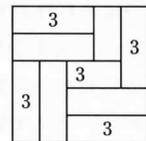


図9

す。パターン2'はそのあと、④は4-3-0、⑤は2-4-1、さらに⑥は1-2-0、⑦は2-3-4とすべてが埋まり解に到達します。

①に入れられるのを2-4-1とした場合は②は1-3-0となります。そして③は0,2,3の組合せで横向きとなりますが、そのようなパーツがないのでこの時点で不可能となります(図8)。

以上が私が用意した解答ですが、図形の配置に注目して解を求めるという方法は神戸市・八橋毅さんの解答がありました。また、あっけなく解けたという正解

者の多くは、つまり3に注目して配置を決めるというものでした。図9のような配置は比較的簡単にとまるというものでした。秋田市・千葉隆さんは解の一意性まで証明されていました。これはエレガントな解答に属すると思います。

さて図7で示した解はパーツの回転と反転を許すとつぎのものも解となります(図10)。これら8つはすべて同型でどれでもが正解ということになります。

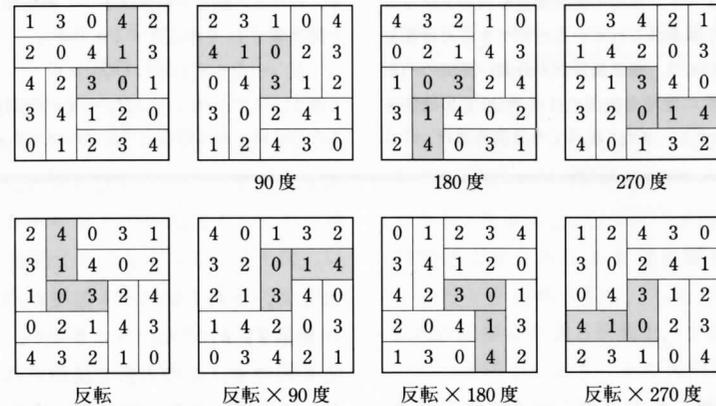


図10

[にしやまゆたか/大阪経済大学]

- 正解者 津山市・作陽高生 豊前市・林道宏 野田市・藤川清 滑川市・高見次郎
- 愛媛県・東岡和彦 流山市・秋の梢 秋田市・千葉隆 大津市・森原則男 神戸市・八橋毅
- 古河市・金沢篤 甲府市・数野勝弘 福山市・山本哲也 横浜市・水谷一

わかってたのしい算数・数学

数学教室

6月号

No.643

□数学教育協議会・編集
毎月5日発行/定価720円(税込)

特集 スーパーマシンを作ろう—簡単な比にする〈小学校授業研究〉

- 生徒:川東小学校6年 授業者:山野定寿 ●数楽ミニサロン
- はじめに/授業案/授業ライブ/授業検討会 パズルで数学1 瀬山士郎
- 参加者:増島高敬・中原 宣・岡田伊知郎・黒田 隆士・中山祥一・原田寛治 他 ●実践記録
- (中) 中学1年の図形・トピックス..... 照山幸子
- 授業を終えて..... 山野定寿 (高) 確率の授業 草薙浩二

●数学ワンダーランド(11)

一休さんの寺子屋数学 [身のまわりの数学]

銀林 浩 編/足立久美子 著

家紋を数学で解いたら? 奈良の大仏さまを東京にご招待! 水道や電気料金の仕組みを調べる等々、身のまわりの楽しい数学の話題を満載。

●A5判 128頁 定価1,733円(5%税込) 本体1,650円



最新刊

国土社

☎03(5348)3710 FAX03(5348)3765

〒161-8510東京都新宿区上落合1-16-7

http://www.koutoku.co.jp/kokudoshia/index.html