

エレガントな解答

をもとむ

【出題】

出題
1

●出題者
西山 豊

(1) 1から10までの数字が5個ずつ2段に並んでいます。

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

上段の数字は下段の数字より小さく、左側の数字は右側の数字より小さいという条件を満たすとすれば、

1	2	5	7	8
3	4	6	9	10

という並べ方もできます。このような並べ方は全部で何通りあるでしょうか。

(2) 1から $2n$ までの数字を n 個ずつ2段としたときの一般式を求めてください。

出題
2

●出題者
玉木 大

$$I^2 = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1\}$$

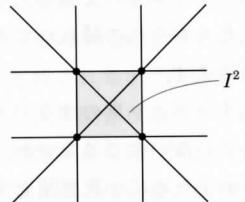
の4個の頂点

●応募規定[解答2008年4月号]……B5判の用紙をご使用のうえ、解答用紙1枚ごとにA:問題の番号(例:1月号問1), B:住所、氏名(ふりがなも明記、誌上で仮名を希望される方は、こちらに明記)、年齢、職業を記入して下記宛先までお送りください。
宛先●〒170-8474 東京都豊島区南大塚3-12-4 日本評論社 数学セミナー〈エレガントな解答をもとむ〉係

締切●2008年1月10日(必着)

注……二間に応募される場合は、解答用紙を問題ごとにかえてください／年齢を忘れずにお書きください／解答用紙は評者の便宜を考慮して片面のみに記載してください／両面の使用を不可とします／ワープロ等の出力は可。

(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)
のうち2個を通る直線は6本あります：



また、3個以上の頂点を通る直線は存在しません。

(1) \mathbb{R}^3 内のどんな平面も、立方体
 $I^3 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1\}$

の8個の頂点

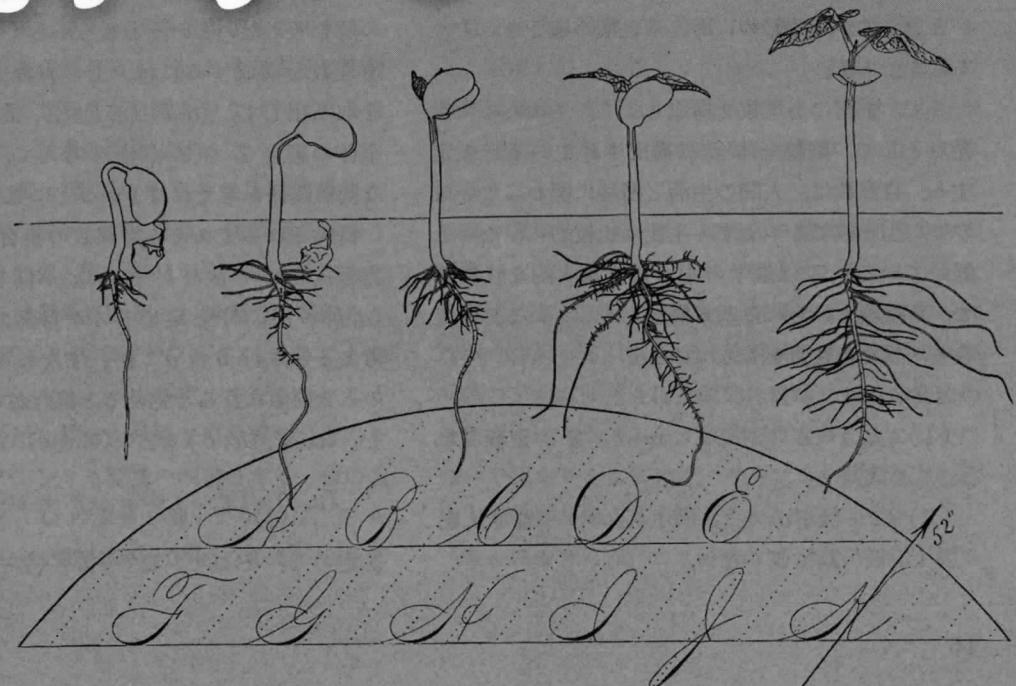
$$(0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (0, 1, 1)
(1, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1)$$

のうち高々4個しか通らないことを証明してください。

また4個の頂点を通る平面の方程式をすべて求めてください。

(2) 一般に、 \mathbb{R}^n 内のどんな超平面も n 次元立方体 I^n の頂点を高々 2^{n-1} 個しか通らないことを示し、 2^{n-1} 個の頂点を通る超平面の方程式をすべて求めてください。

●特集 有理数から デオファンツス 幾何へ



え／鶴岡政明