

エレガントな解答【出題】

をもむ

出題 ◎出題者

1 西山 豊

荷造り用の PP バンドを 6 本集めてセパタクローボールを作ることができます。この 6 本の帯の色がすべて異なるとき、異なるパターンのセパタクローボールが何通りできるでしょうか。

(注) セパタクローは東南アジアの球技であり、使用するボールは準正 32 面体の形をしています。3 本の帯はすべての箇所で三すくみの関係になっていてほ



出題 ◎出題者
2 浅井哲也

ユークリッド互除法につぎの異型があります。

(A) 整数のペアに対して、絶対値の小さくない方に他方の ± 2 倍を加える。ただし ± 2 の符号は適切に選ばれる。

このアルゴリズムでは整数の偶奇性が保たれたまま計算が進行します。この特長はしばしば有用です。

特に、互いに素な奇数のペアは操作(A)を繰り返すことによって奇数同士のペアを経て $(1, 1)$ に移ります。例を挙げておきます。

$$\begin{aligned} (19, 31) &\rightarrow (19, -7) \rightarrow (5, -7) \rightarrow (5, 3) \\ &\rightarrow (-1, 3) \rightarrow (-1, 1) \rightarrow (1, 1). \end{aligned}$$

ガウス整数のときも類似のアルゴリズムがあります。

ガウス整数とは実部と虚部がともに有理整数であるような複素数のことですが、実部と虚部の偶奇が一致するときに偶数、異なるときに奇数と呼ぶことにします。つまりガウス整数が偶数とは $1+i$ の倍数のことです。有理整数での ± 1 に相当するガウス整数は $\pm 1, \pm i$ 、したがって、2 つのガウス整数は公約数が $\pm 1, \pm i$ のみのときに限って、互いに素です。

さて、つぎの操作(B)は(A)の自然な類似です。

(B) ガウス整数のペアに対して、絶対値の小さくない方に他方の $\varepsilon(1+i)$ 倍を加える。ただし $\varepsilon = \pm 1, \pm i$ は適切に選ばれる。

ここからが問題です。つぎのことを示してください。

ガウス整数のペアが与えられ、ともに奇数かつ互いに素であるとする。このとき、操作(B)を繰り返すことによって、このペアを $(1, 1)$ に移すことができる。

●応募規定【解答2014年4月号】……B5判の用紙をご使用のうえ、解答用紙1枚ごとに**A**：問題の番号(例：1月号問1)、**B**：住所、氏名(ふりがなも明記、誌上で仮名を希望される方は、こちらに明記)、年齢、職業を記入して下記宛先までお送りください。

宛先 ●〒170-8474 東京都豊島区南大塚3-12-4 日本書評社 数学セミナー「エレガントな解答をもむ」係

締切 ●2014年1月10日(必着)

注……二問に応募される場合は、解答用紙を問題ごとにかえてください／年齢を忘れずにお書きください／解答用紙は評者の便宜を考慮して片面のみに記載してください／両面の使用を不可とします／ワープロ等の出力は可。

グラフ理論入門

●藤沢 潤

4 色定理、3 色定理、そしてflow予想

●小関健太

辺の重み付けと1-2-3予想

●古谷倫貴

詰め込み問題とグラフマイナーリー論

●垣村尚徳

ハミルトン閉路が存在するための次数和条件

●山下登茂紀

セメレデとその周辺

●徳重典英

安定マッチング問題の応用／嘘をつく人々

●松井知己

特集

グラフ理論 の新展開

