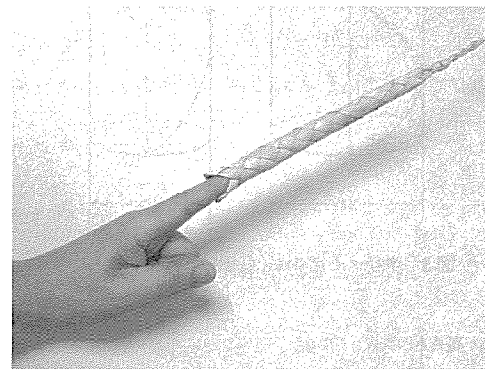


出題 2 ◎出題者
西山 豊

沖縄みやげに「指ハブ」というのがあります。指ハブを指に差し込んで引っ張ると抜けません。この理由を数学で説明してください。

まずは、指ハブの実物を手に入れたり、作り方を書籍やネットで調べたりして、構造を把握するところから始めてみてください。



解答 2 応募者は30代3名、40代1名、50代5名、60代5名、70代3名の計17名でした。応募が少なかったのは、出題の形式がいつもと少し異なるため戸惑われたのかもしれない。

指ハブのテープを円筒に巻きつけるらせんのヒモとみなして、引っ張ることによって半径が小さくなることを数学で証明したものを正解とし、正解者は13名でした。指ハブの仕組みを説明するだけのものは不正解としました。

◎——出題の意図

私は、2019年3月に勤務大学を退官しましたが、研究室の資料を整理していると、おもちゃやパズルや手品の我楽多の中にヘビのおもちゃがありました。そのとき、沖縄で買ったハブのおもちゃのことを思い出したのです。指ハブという名前がついているのを知ったのは最近のことです。指ハブがネットで購入できることを知ったり、指ハブの作り方を紹介するサイトを見つけたりして、約3か月、この指ハブでずいぶん楽しみました。どうして指が抜けなくなるのだろうか、数学で説明できないだろうか、ということで今回の出題になったわけです。

作られた方はご存知と思いますが、指ハブは4本のテープを円筒に巻きつけながら編んでいくことで完成します。1本のテープは図1(次ページ)のように交角を約60度にして折り曲げます。このようなテープが4本あり、これらを円筒上に規則的に編み込んでいきます。

1本のテープを折り曲げると、左右2つの部分にわかれます。円筒を上から見て、左のテープを右回り(時計回り)に、右のテープを左回り(反時計回り)に巻きつけていきます(図2、次ページ)。テープは4本ありますから、右回りが4個、左回りが4個の合計8個のテープとなります。これらを隙間なく編み込んでい

● 30代
大津市・栗原悠太郎
横浜市・山本高行
新潟市・熊木辰雄

● 40代
東京都・高池建彦
● 50代
大阪府・中村恵宣

さいたま市・河村直彦
カナダ・山田知己
● 60代
日立市・高橋健吾

東京都・と
福井市・森茂
横浜市・高橋利之

● 70代
東京都・渡邊芳行
茅ヶ崎市・鈴木豊

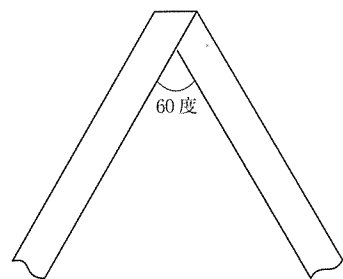
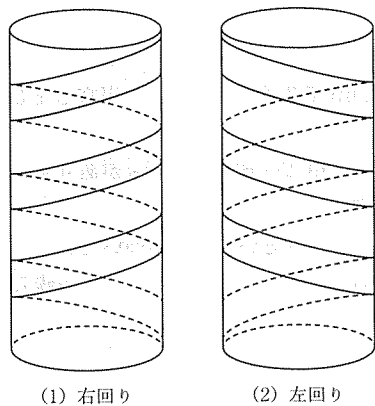


図1 1本のテープを約60度に折り曲げる



(1) 右回り (2) 左回り

図2 2個のらせん(右回りと左回り)

くと指ハブが完成します。編み方は、ネットにいくつか紹介されていますので、例えばブログ「みさき先生のスマイルサイエンス」を参考にしてください[1]。

◎— 解答例

直径が縮小することを図と式を使って説明した解答がいくつかありましたが、とくに東京都・とさんのものをほぼ原文どおりに紹介します。

指ハブの材料は幅のあるヒモであるが、本問に関しては本質的なことではないので、単にヒモとしてあつかう。また、指ハブの口径についても、指の太さに適合した大きさとする。

指ハブの口と尾を除いた胴体部分は、右回りのヒモと左回りのヒモがらせん状に、かつ交互に編まれていて円筒をなしている。だから、尾を引っ張っても、口と尾が逆方向に回転することはない。つまり、いくら

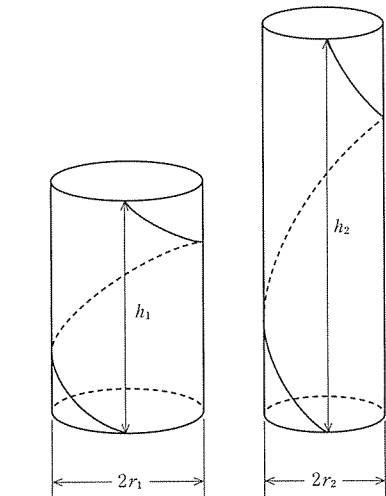


図3 半径 r と高さ h (らせんの長さ L が一定)

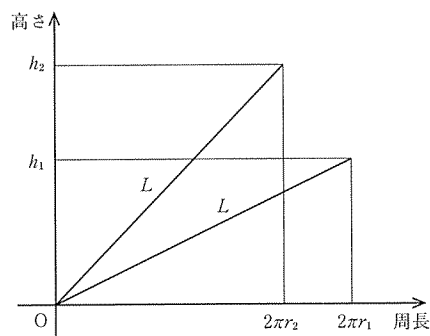


図4 円筒の周長 $2\pi r$ と高さ h (円筒を転がすと、らせんの軌跡は直線になる)

引っ張ってもらせんの回転数は変化しない。

いま、長さ L のヒモを2本用意して、図3のように、口径がそれぞれ $2r_1, 2r_2$ ($r_1 > r_2$) の円筒に一周だけ巻きつけてらせんを作る。高さは h_1, h_2 とする。

横軸に円筒の周長、縦軸に円筒の高さをとってグラフを描くと、図4から分かるように、 L が一定なので、口径が小さい程 ($2r_2 < 2r_1$) 円筒の高さが大きくなる ($h_2 > h_1$)。つまり、指ハブの尾を引っ張れば、胴部分の円筒が長くなり、らせんの回転数は変化しないから、円筒が狭く(細く)なる。これによって、指が締め付けられて抜けなくなる。

なお、抜くときは逆に押すと口径が大きくなるので

抜ける。

◎— 数式で確認すると

図4から、

$$L^2 = (2\pi r)^2 + h^2$$

の関係があります。この式を r について解くと、

$$r = \frac{\sqrt{L^2 - h^2}}{2\pi}$$

になります。

半径が r_1, r_2 のとき、高さは h_1, h_2 であるので、

$$r_1 = \frac{\sqrt{L^2 - h_1^2}}{2\pi}$$

$$r_2 = \frac{\sqrt{L^2 - h_2^2}}{2\pi}$$

となります。これより半径の比をとると、

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{L^2 - h_1^2}}{\sqrt{L^2 - h_2^2}}$$

となります。 L は一定ですので、指ハブを引っ張ると、

$h_2 > h_1$ になり、このとき、

$$\frac{r_1}{r_2} > 1$$

$$r_2 < r_1$$

となり、つまり、指ハブの半径は小さくなります。

◎— 指ハブの引っ張りには限界がある

図1で示したように、テープの交角は60度に折り曲げます。このとき、4本のテープ、つまり8個のらせんは隙間なく編み込まれ、円筒の表面では正六角形の充填構造となります。また、交角が60度というのは、テープが円筒に巻きつく傾斜角度は進行方向に対して右に30度か左に30度傾いているということです。

ところで指ハブの半径 r と長さ h には次の関係がありました(再掲)。

$$r = \frac{\sqrt{L^2 - h^2}}{2\pi}$$

この式において、

$$h \rightarrow L \text{ のとき } r \rightarrow 0$$

$$h \rightarrow 0 \text{ のとき } r \rightarrow \frac{L}{2\pi}$$

となります。

つまり、思い切り引っ張ると、半径はゼロになり、思い切り押し戻すと、周長はテープの長さになります。理論上ではそうなりますが、実際の指ハブは、こういうことはおこりません。

というのは、テープには幅があるので、テープ同士が重なり、口径がゼロになるまで引っ張ったり長さがゼロになるまで押し戻したりはできないからです。

交角が60度のときに、指ハブを引っ張って指が抜けなくなった状態で、指ハブを押し戻すと交角が90度くらいになって口径が大きくなり抜けやすくなります。交角が60度から90度の間、つまりテープの傾斜角では30度から45度の範囲で指ハブは作動しています。引っ張る長さは最大50mmくらいまでです。

指ハブの原理は意外な所で使われています。トンネル工事現場で重い電線ケーブルを運ぶとき、金属のワイヤーで編み込まれた、指ハブと同じ構造をした用具が使われています。図5(1)がその外観で、同図(2)は引っ張る様子です。適当なケーブルが見当たらないので鉄パイプが装着されています。

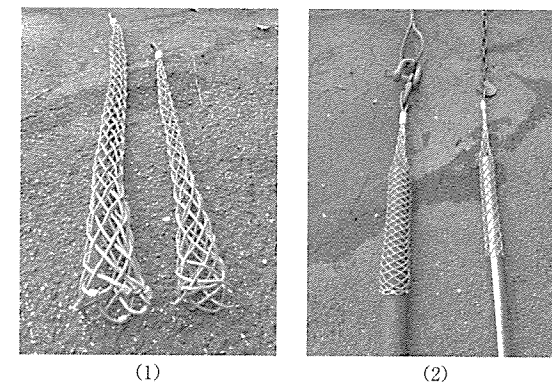


図5 指ハブの応用(写真は西田稔氏提供)

参考文献

- [1] みさき先生のスマイルサイエンス BLOG
<http://smilescience.seesaa.net/article/296799978.html>
(URLの最終閲覧は2019年12月1日)

[にしやま ゆたか/大阪経済大学名誉教授]