さく，スキーの回転はからだの回転に追いつけない．

スキーを強く踏んで伸び上がりながらからだをまわし，角運動量を得たところで両手を大きくひろげてからだの動きを止めれば，慣性モーメントが大きくなった効果で上半身の角速度はガタンと落ち，スキーの回転が追いついてくるだろう．これはフランス派のロタシオン技術できっかけとして使われたことのある要素である．

これとはちがって，やはり伸び上がり・沈みこみによってスキーを雪面に押しつける力の強さが変わるのを利用するのだが，原則として SS 系ぜんたいとしての角運動量は変えないでスキーをまわす手段がある．それは前述の空中転回と本質的に同じもので，沈みこみによってスキーへの荷重を減らしながらスキーをまわしたい向きと逆に上体をひねるのだ．高い姿勢から急に沈みこみながら上体を逆にまわしてきっかけをつくるクリスチャニアがその一例である．また，クリスチャニアの後期で比較的ゆっくり沈みこみながら上体を逆に（曲線軌道の外側を向くように）まわしてスキーの回転をたすけることは今日もっともひろくおこなわれている．オーストリア派でゲーゲンフェルシュヴィンデンと呼ばれている動作がこれに相当する（この動作にはほかの意味もある）．

ターンにはいる前に軌道内側の杖を突く動作にも SS 系の回転をたすける要素がある．

私は，ターンにおけるスキーの回転は本節の最初に述べた K を利用するのが本格で，からだのひねりその他によってスキーを回転させる技術は掩護射撃にすぎないと思っている．K による回転モーメントの向きや大きさは重心 G の位置によって変えることができる．その詳細に立入らなかったのは，それを考えるための主要な材料は第 4—6 節にふくまれているからである．

文献

1)：木下是雄：『スキーの科学』（中公新書），中央公論社，1973.

（きのした これお／学習院大学）

（中央公論社のご好意により，図 1，図 3～図7は，文献 1）に掲載のものを使用させていただきました．——編集部）

平等なスイッチ

西山 豊

1. 2箇所スイッチとの出会い

今度引越してきた我が家は二階建てである．私にとっては生れて初めての二階建てである．田舎に育ったときも，学生時代の下宿生活も，就職してからのアパート住いも，一階と二階の2つの空間を一度に占有したことはなかった．

引越しと同時に，この二階建てにちょっとした仕掛があるのに気づいていた．それは階段のスイッチである．（図 1） 一階のスイッチAで灯をつけ，階段を昇る．そして二階のスイッチBで灯を消す．つまり，階段の灯は一階ででも二階ででも点滅が可能なのである．もしスイッチが階段の真中あたりに1箇所しかなかったらどうだろう．暗い階段を手さぐりでそのスイッチを探さなければならないし，灯を消すためにわざわざ階段を降りてこなければならないという不都合が生ずる．

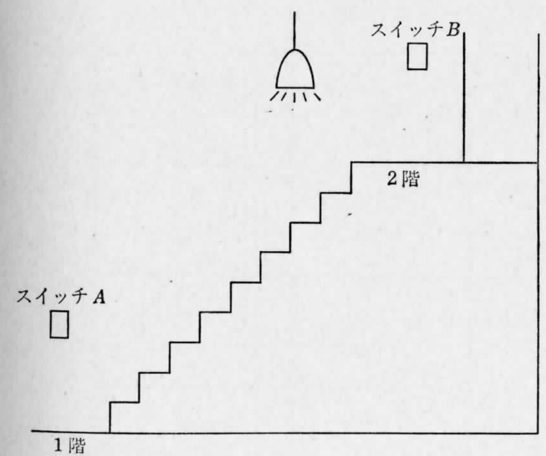


図 1 階段のスイッチ

2箇所スイッチ，これは素晴しい！

私は暫く茫然と立ち尽くし，そして，新たな疑問に巡りあった喜びとでもいったものをかみしめた．（少し大げさか？）

ずぼらな我々には経験があるだろう．寝床スイッチとでも言うものを．（図 2） 寝床でマンガを読みながら，そろそろ眠ろうというとき，灯を消すのがおっくうになり，そこで考え出されたのがヒモの追加である．寝ても立っても点滅が可能なこの考案も画期的ではあるが，階段のスイッチとは根本的な違いがある．なぜなら，寝床スイッチの場合，Bが動く時Aも動いている．すなわち2つのスイッチではなく，1つの長いスイッチ（？）での作用点の移動に他ならないからである．階段のスイッチの場合，一階のスイッチが二階のスイッチを動かしている形跡はないのだ．

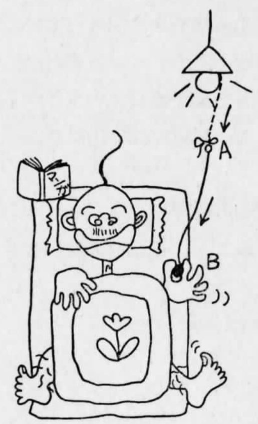


図 2 寝床スイッチ

一体どうなっているのだろうか．ドライバーでスイッチをこじ開けてみてもよかった．しかしそれはあまりにも芸がなさすぎる．数学屋は数学屋らしくエレガントに解いてみたいものだ．

頭のいい読者は，数分のうちに正解を示すかもしれない．ところが3箇所スイッチはできるだろうかと話を進めればちょっと怪しくなってくる．

もしこの問題に興味を持たれたなら，この先を読まず

に考えていただきたい．電源とスイッチと配線と灯の関係を図示されたい．まずは2箇所スイッチを．そして3箇所スイッチを．ただし各々のスイッチは独立していて，灯の点滅の決定に対して全く平等でなければならない．すなわち，他のスイッチに影響されない「平等なスイッチ」の設計問題である．

……………………………………………………

小休止（頭の体操のために）

……………………………………………………

2．真理値表と論理式

それではこの仕掛を解き明していこう．断わっておくが当分の間は論理的な展開を行ない，最後に正解を示すことにする．したがって最初のうち，読者は数式上の展開を読みづらく感じるかも知れない．ところがこの論理的な思考の中にこそ正解がひそんでいるのであるから諦めずに途中をとばさずに読んでほしい．

まず私自身による「階段のスイッチ」の調査から始まった．一階のスイッチAと二階のスイッチBと灯の関係の調査である．スイッチの状態はオン，オフの2通りしかない．それを1と0の状態として表わす．一方，灯についてもついているときと消えているときの2通りしかない．これも1と0の状態として表わす．スイッチA，スイッチBの状態の組合せは $2\times2=4$ 通りしかなく，そのときの灯の状態をまとめてみると図3のようになった．このような表を真理値表という．そしてこれをベン図で示しておいた．斜線の部分は灯が1の状態にあるときである．

この真理値表から論理式を導くわけだが，ここで簡単な定義を与えておこう．2つの部分集合 A, B があるとき，

イ）積（and）　$A\cdot B=\{x|x\in A$ かつ $x\in B\}$

	①	②	③	④
A	1	1	0	0
B	1	0	1	0
灯	1	0	0	1

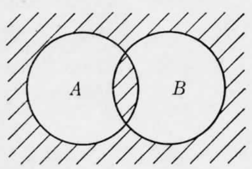
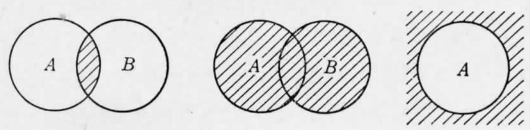


図3　真理値表とベン図（$n=2$）



イ）AB　ロ）$A+B$　ハ）$\bar{A}$

図4　積，和，否定

ロ）和（or）　$A+B=\{x|x\in A$ または $x\in B\}$

ハ）否定（not）　$\bar{A}\ =\{x|x\notin A\}$

と定義する．（図4）

図3のベン図と図4の定義から，次の論理式が導かれる．

$$灯=AB+\bar{A}\bar{B} \tag{1}$$

この論理式は，灯がついているのはスイッチA，スイッチBがともに1のとき，またはともに0のときであることを示している．

このようにして2箇所スイッチも真理値表とベン図を作成し，論理式を見つけだすことによって幾分かはすっきりした形となった．勿論これで終りではない．階段のスイッチの中身についてはもっと後で明らかにする．

3．n 箇所平等スイッチは可能か？

3箇所での平等なスイッチはできないだろうか．いやもっと一般にn箇所での平等なスイッチはできないだろうか．実用性を抜きにすぐに話を一般化したり，空想したりするのは数学屋の悪い癖である．ところがどっこい，この平等なスイッチも方々で結構重宝がられているのを知って驚いたことがある．5箇所平等スイッチを見たことがある．エレベーターのついていない五階建の団地である．（図5）一階から五階にかけての階段の踊り場には灯がついていて，その前にスイッチが各々ついている．5個の灯は直列につながれているから，同時についたり同時に消えたりする．夜遅く帰ってきた五階の酔っ払いの主人は，一階で灯をつけて五階で灯を消すだろうし，四階の奥さんが二階の奥さんに手づくりのケーキを届けるときは四階で灯をつけて二階で灯を消すでしょう．平等なスイッチは有効に利用されているのである．ここでは，n箇所平等スイッチが可能であることを示そう．

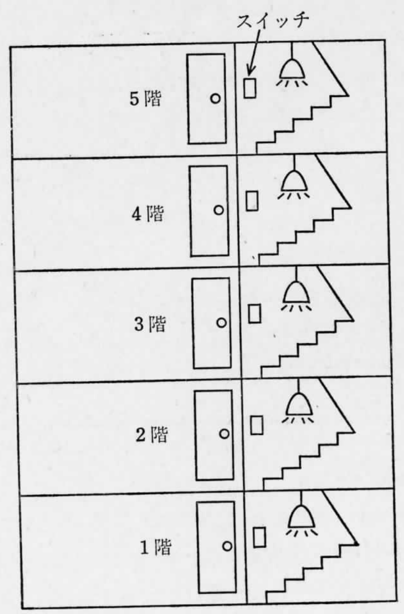


図5　団地の階段の灯

今，n個のスイッチ $\{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$ を考える．そしてこのn個のスイッチが灯の点滅状態 S_n を決めるとすれば，

$$S_n=f(A_1, A_2, \cdots, A_n) \tag{2}$$

となり，論理函数fが見つけられたらこの問題が解けたことになる．

さて，n個のスイッチを，任意のスイッチ A_i と，A_i を除く $(n-1)$ 個のスイッチ $\{A_1, \cdots, A_{i-1}, A_{i+1}, \cdots, A_n\}$ に分ける．そして，A_i を除く $(n-1)$ 個のスイッチが決める灯の点滅の状態を $S_{n-1,i}$ とする．いわばスイッチ A_i に対する場の値が $S_{n-1,i}$ である．

$A_i, S_{n-1,i}$ はともに $\{0, 1\}$ の集合である．そこでn個全体のスイッチが決める灯の点滅の状態を $S_{n,i}$ とし，

$$S_{n,i}=A_iS_{n-1,i}+\bar{A}_i\bar{S}_{n-1,i} \tag{3}$$

を仮定する．この仮定がiについて1からnまで同時に成り立てば，(3) の仮定が正しかったことになる．

話がかなり抽象的になってきたので，$n=3$，すなわちスイッチが3個ある場合について具体的にみてみよう．

3個のスイッチを A, B, C とする．そして任意のスイッチを A とし，残りの場のスイッチを $\{B, C\}$ とすることによって求めた論理式を S_A，同様に任意のスイッチを B とした場合を S_B, C とした場合を S_C とし，(3) の仮定からそれぞれ求めてみる．

$$\begin{aligned}
S_A&=A(BC+\bar{B}\bar{C})+\bar{A}\overline{(BC+\bar{B}\bar{C})}\\
&=A(BC+\bar{B}\bar{C})+\bar{A}\overline{(BC)}\cdot\overline{(\bar{B}\bar{C})}\\
&=A(BC+\bar{B}\bar{C})+\bar{A}(\bar{B}+\bar{C})\cdot(\overline{(\bar{B})}+\overline{(\bar{C})})\\
&=A(BC+\bar{B}\bar{C})+\bar{A}(\bar{B}+\bar{C})\cdot(B+C)\\
&=ABC+A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}\bar{B}B+\bar{A}\bar{B}C+\bar{A}\bar{C}B+\bar{A}\bar{C}C\\
&=ABC+A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C && (4)
\end{aligned}$$

$(\bar{A}\bar{B}B=\bar{A}\bar{C}C=\phi$ を用いた$)$

$$\begin{aligned}
S_B&=B(AC+\bar{A}\bar{C})+\bar{B}\overline{(AC+\bar{A}\bar{C})}\\
&=B(AC+\bar{A}\bar{C})+\bar{B}\overline{(AC)}\cdot\overline{(\bar{A}\bar{C})}\\
&=B(AC+\bar{A}\bar{C})+\bar{B}(\bar{A}+\bar{C})\cdot(\overline{(\bar{A})}+\overline{(\bar{C})})\\
&=B(AC+\bar{A}\bar{C})+\bar{B}(\bar{A}+\bar{C})\cdot(A+C)\\
&=BAC+B\bar{A}\bar{C}+\bar{B}\bar{A}A+\bar{B}\bar{A}C+\bar{B}\bar{C}A+\bar{B}\bar{C}C\\
&=ABC+A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C && (5)
\end{aligned}$$

$(\bar{B}\bar{A}A=\bar{B}\bar{C}C=\phi$ を用いた$)$

$$\begin{aligned}
S_C&=C(AB+\bar{A}\bar{B})+\bar{C}\overline{(AB+\bar{A}\bar{B})}\\
&=ABC+A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C && (6)
\end{aligned}$$

(4), (5), (6) 式より，

$$S_A=S_B=S_C \tag{7}$$

となる．つまり，どのスイッチを選んでも (3) において仮定した論理式は同じ結果を導くことになり，同時に成り立っていることがわかる．したがってこれを3個のスイッチ A, B, C が決める灯の点滅の論理式としてよいことになる．(4)，(5)，(6) の式の展開の際には次のド・モルガンの法則を用いた．（図6）

1)　$\overline{A+B}=\bar{A}\cdot\bar{B}$

2)　$\overline{A\cdot B}=\bar{A}+\bar{B}$

3)　$\overline{(\bar{A})}=A$

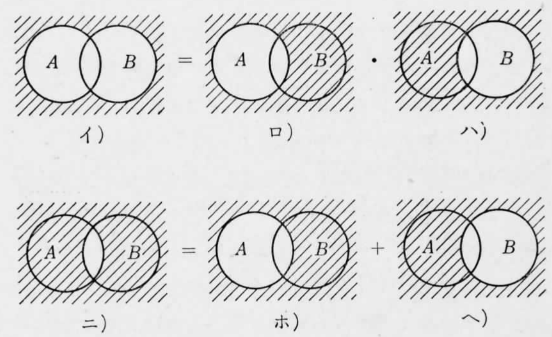


図6　ド・モルガンの法則

真理値表からも明らかにしておこう．3個のスイッチの組合せは全部で $2^3=8$ 通りあり，それを①から⑧で示した．（図7）

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
A	1	1	1	0	1	0	0	0
B	1	1	0	1	0	1	0	0
C	1	0	1	1	0	0	1	0
S				?				

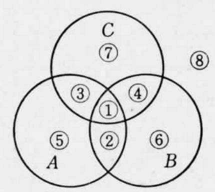


図7　スイッチの組合せ（$n=3$）

スイッチ A, B, C に対する灯の状態 S はどうなるべきかは表1が示している．S_A, S_B, S_C が等しいことからこれを S としてもよいことになる．

n箇所平等スイッチの論理式 S_n を n について1から4まで書いてみる．A, B, C, D はスイッチを示す．

$$S_1=A \tag{8}$$

表 1　真理値表（$n=3$）

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
A	1	1	1	0	1	0	0	0
B	1	1	0	1	0	1	0	0
C	1	0	1	1	0	0	1	0
S	1	0	0	0	1	1	1	0
A	1	1	1	0	1	0	0	0
$BC+\bar{B}\bar{C}$	1	0	0	1	1	0	0	1
S_A	1	0	0	0	1	1	1	0
B	1	1	0	1	0	1	0	0
$AC+\bar{A}\bar{C}$	1	0	1	0	0	1	0	1
S_B	1	0	0	0	1	1	1	0
C	1	0	1	1	0	0	1	0
$AB+\bar{A}\bar{B}$	1	1	0	0	0	0	1	1
S_C	1	0	0	0	1	1	1	0

$$S_2=AB+\bar{A}\bar{B} \tag{9}$$

$$S_3=ABC+A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C \tag{10}$$

$$S_4=ABCD+AB\bar{C}\bar{D}+\bar{A}BC\bar{D}+\bar{A}\bar{B}CD+A\bar{B}\bar{C}D$$
$$+\bar{A}B\bar{C}D+A\bar{B}C\bar{D}+\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} \tag{11}$$

このようにいくらでも展開可能である．これらに共通して言えるのは，スイッチが n 個の場合 S_n は 2^{n-1} 項の和になっている．つまり灯の点滅状態は 2^{n-1} 通りずつである．

4. 3路スイッチと4路スイッチ

さていよいよ回路の設計にとりかかろう．$n=3$ の場合の論理式 (10) をそのまま論理回路として表現すれば図8となる．

電子計算機の世界ではよく知られているように，ダイオードやトランジスターの半導体を用いた AND 素子，OR 素子，NOT 素子があり，図8の論理回路自体が実

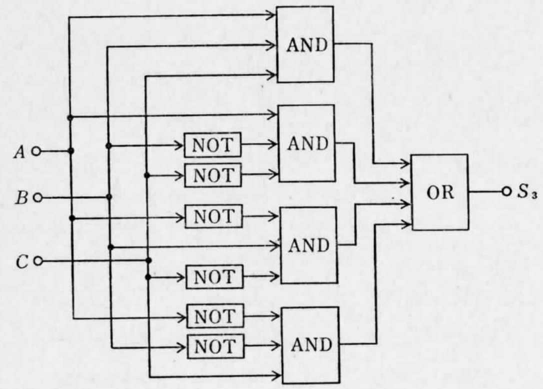


図 8　論理回路

表 2　真理値表のグループ分け（$n=3$）

	①	④	②	⑥	③	⑦	⑤	⑧
A	1	0	1	0	1	0	1	0
B	1	1	1	1	0	0	0	0
C	1	1	0	0	1	1	0	0
S	1	0	0	1	0	1	1	0
	G_1		G_2		G_3		G_4	

際の物（ハードウェア）となっている．コンピュータやブール代数の啓蒙書にはこの種の解答が多いが，これでは解答にはなっていない．我々が議論をしているのはもっと卑近な「階段のスイッチ」についてであったのでこれで満足していてはいけない．

AND, OR, NOT 素子といったものを使わない配線の方法とスイッチの形態について考えなければならない．事実壁の裏にはこのような電子回路は埋め込まれていないのだから．

表1で用いた真理値表を G_1 から G_4 の4個にグループ分けしてみる．（表 2）

このグループ分けは，スイッチ A を中心に考えて他のスイッチ B, C が同じ状態にあるような分け方である．この4つのグループに共通して言えるものは何か．それは1の数が偶数個か奇数個かが S の値を決める重要なカギになっていることである．次のような対応が考えられる．

G_1：①3個（奇）$S=1 \longleftrightarrow$ ④2個（偶）$S=0$

G_2：②2個（偶）$S=0 \longleftrightarrow$ ⑥1個（奇）$S=1$

G_3：③2個（偶）$S=0 \longleftrightarrow$ ⑦1個（奇）$S=1$

G_4：⑤1個（奇）$S=1 \longleftrightarrow$ ⑧0個（偶）$S=0$

つまり1の数が偶数個のとき $S=0$，奇数個のとき $S=1$ となっている．論理式 (10) は奇数個に対応している．このことは何も奇数個のときのみ $S=1$ とする理由はなく，偶数個のとき $S=1$ とした論理式

$$S_3{}^*=AB\bar{C}+\bar{A}BC+A\bar{B}C+\bar{A}\bar{B}\bar{C} \tag{11}$$

も，灯の点滅に対しては同等の機能を果し，式 (10) とは補集合の関係にある．このことを図9に示す．

ここで1の数が偶数個か奇数個かの計算法について触れておく．先ほど1の数が3個とか2個とか何の気なしに使ったが，2進数の世界では数は0と1の2つしかないので，それに従った計算法を定めておかなければならない．加法に対しては，

$$\left\{\begin{array}{ll} 1+1=0, & 0+1=1 \\ 1+0=1, & 0+0=0 \end{array}\right\} \tag{12}$$

とする．これは

$$\left\{\begin{array}{ll} \text{奇}+\text{奇}=\text{偶}, & \text{偶}+\text{奇}=\text{奇} \\ \text{奇}+\text{偶}=\text{奇}, & \text{偶}+\text{偶}=\text{偶} \end{array}\right\} \tag{13}$$

に対応しており，1を奇数，0を偶数におきかえれば容易に理解できる．この加法に用いた＋記号は図4で定義した和の＋記号とは意味が異なる．

この計算法によれば，(2) 式における函数は

$$S=A_1+A_2+\cdots+A_n \tag{14}$$

であったことになる．一つ計算をしてみよう．$n=3$ のとき

$$S=A+B+C \tag{15}$$

として，$A=1, B=1, C=1$ のときの S を求めてみる．

$$S=1+1+1$$
$$=(1+1)+1$$
$$=0+1$$
$$=1$$

いよいよ大詰めに近づいてきた．AND, OR, NOT 素子ではなく偶数か奇数かをチェックする方法はないものだろうか．それはあるのだ．電子計算機では信頼性を増すために随所にパリティーという考えを用いている．つまりデータ以外にデータの検査のためのパリティーを追加することがある．偶数か奇数かを調べる回路の一つを図 10 に示す．

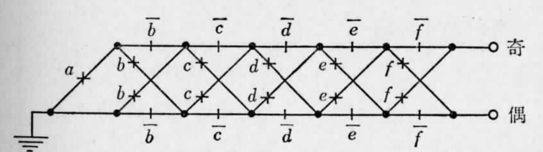


図 10　パリティー検査接点網

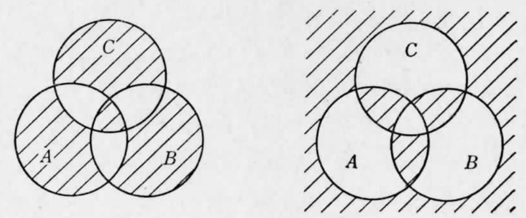
2つの経路の上側に電流が流れたとき奇数パリティー，下側ならば偶数パリティーということになる．したがって，この図から重要なヒントを導き出さねばならない．

我々が通常スイッチと考えているのは“片切スイッチ”のことである．ところが n 箇所平等スイッチを実現するには“3路スイッチ”や“4路スイッチ”といったものが必要になってくる．（図 11）

片切スイッチでは $a\to b$ のときつながり，$a\to\bar{b}$ のとき切れている．ところが3路スイッチや4路スイッチの場合は1つのスイッチだけをとってみても断続の状態は決められない．そこで3路スイッチの場合は $a\to b$ を 1，$a\to c$ を 0，4路スイッチの場合は $a\to b, c\to d$ を 1, $a\to d$, $c\to b$ を 0 と決めておく．4路スイッチの図 11 ハ）は概念的なものであり，点線のタスキ掛けは構造上に無理があるので実際は図 11 ニ）に近い形をしている．

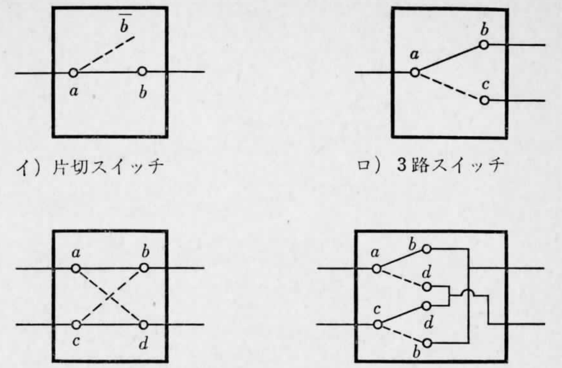
これらのスイッチを組合せることによって n 箇所平等スイッチが一気に解決したことになる．（図 12）

配線回路の吟味をしておこう．3箇所平等スイッチ A, B, C がある．今，灯がついているとする．（イ）A で消



イ）奇数パリティー　　ロ）偶数パリティー

図 9　パリティー（$n=3$）



イ）片切スイッチ　　ロ）3路スイッチ

ハ）4路スイッチ　　ニ）4路スイッチ（実物）

図 11　いろいろなスイッチ

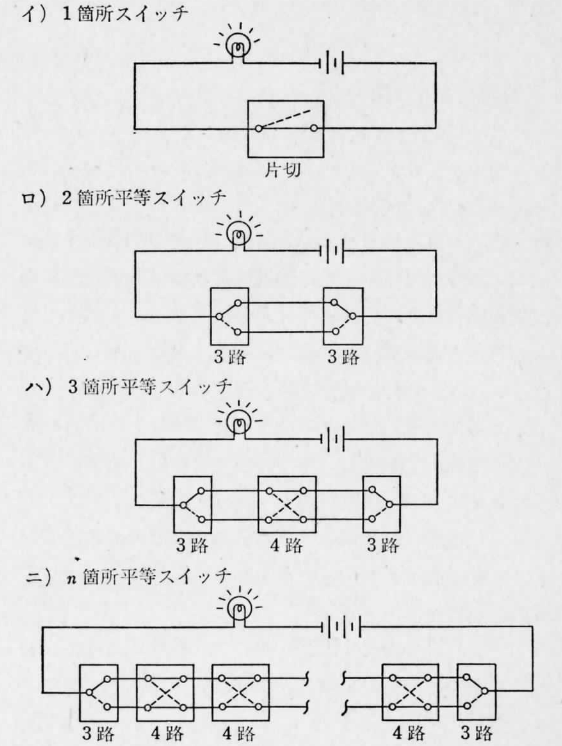


図 12　n 箇所平等スイッチの解答

し，(ロ) C でつけ，(ハ) B で消し，(ニ) A でつけるという一連の処理を図示する．(図 13)

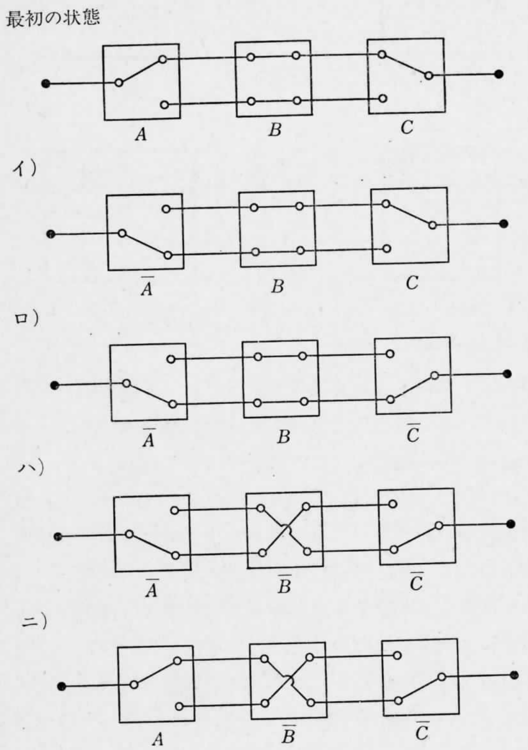


図 13　配線回路の吟味 ($n=3$)

5. 直接民主々義論

今日，「民主々義を大切にしよう」と叫んでも一種のシラケを感じさせられるのは何故だろうか．民主々義を叫ぶ必要がないほど国民の中にその概念が普及しているためだろうか．そうではない．民主々義の空洞化にこそそのシラケの原因がある．国鉄運賃をはじめ各種値上法案は政府自民党の強行採決のもとに決められていく．民主々義の本来の意味である人民の権力の意味は大きく後退させられ，ただ多数決という形式のみがはばをきかしているのである．野党はいつまでたっても少数である限り，その無力をかみしめなければならない．何とはがゆいことか．一方，代議制民主々義は，国民が一億人もいる日本ではどうしても必要ではあるが，個人が決定に対して直接参加できないという面から，民主々義も疎遠なものになりがちである．

しかし諸君，決して落胆しないでほしい．この悪しき「多数決の原理」の否定と，「代議制」の否定とがなされた新しい超民主々義というものが考え出されたのである．個人の権利と義務が全く平等でいて，直接決定に参加できるこの制度は何と素晴しいことか．最初は日本国全体に適用しようかと考えたが馬鹿にされるので，寮自治についてすることにした．図 14 のように，寮の廊下の灯を点滅するのに各寮生の部屋にスイッチを設けておく．この回路は勿論 n 箇所平等スイッチである．灯は誰もがつけられるという権利を平等に有するが，誰もが消さなければならないという義務も平等に有する．高度な自治意識を養えるとも言えるし，ずぼら主義がはびこるという危険性もある．灯を消すことに気づいても，自分がやらなくても他の者がやるだろうといったずぼらな考えを….とにかく現代の民主々義の危機に対するささやかな抵抗でもある．

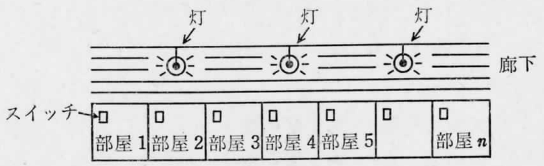


図 14　寮自治の一形態

(にしやま ゆたか／日本アイ・ビー・エム)