前といえるドイツで，家具を運び，図書を移動させることは大変なことであったらしい．やっと使用することを許された一台のトラックがフライブルグを出てオーベルヴォルファッハに向った夜にフライブルグは大空襲を受け，ジュース家は破壊されたそうである．このため，ジュースは連合国側のスパイで空襲の日を知っていたのだとの噂も流れたと夫人は笑って語っていた．

残っている記録を見ると，最初の教授として研究所に移り住むことになったのはフランクフルト大学からの Threlfall 教授である．彼は反ナチの言動でいわゆる“人民裁判”にかけられる寸前にここに逃避したわけである．さらに Seifert 教授が航空研究所から来ている．2人の共著の『トポロギー』の著書は筆者の年代の者には懐しい．その他ドイツ各地の大学から有名な教授達が空襲から逃れ，またナチの圧迫から逃れて集まっている．たとえば H. Behnke がミュンスターから，G. Bol がグライフスワルトから，W. Maak がハイデルベルグからといった具合で，さながらドイツ数学者の戦争からの避難場所といった感がある．しかもベルリンの研究協議会にはいろいろな先生方の研究状態を報告している．たとえば E. Kamke の「偏微分方程式論」第2巻は「ポテンシャル論」の最も重要な部分で約300枚のタイプ原稿ができているとか，L. Bieberbach の「等角写像の理論と応用」は今印刷中であるとかである．特に戦争と深い関係があることを強調している様子は見えない．

戦争の最終段階では，ジュース教授の再三の抵抗にもかかわらず研究所はドイツ軍に接収されるが，それもつかの間，今度はフランスの軍政下に入ることになる．

●戦後の活躍

戦争はドイツの敗北で終ったが研究所には多勢の数学者達が，もとの大学に戻ることもできずに留っていた．ジュース教授は如何にして研究所を維持するかに苦心する．幸に南バーデン州政府が建物の維持を引受けてくれたが，フランス軍政官との交渉も大変な仕事だったらしい．彼は1945年12月に Collège de France の Mandelbrojt 教授に手紙を出して研究所維持への協力を訴えている．1946 年春になると国内の移動も自由になり数学者達は次第にもとの大学にもどって行くことになる．さらにその夏にはストラスブールから C. Ehresman，チューリッヒから H. Hopf と E. D. Stiefel，パリから H. Cartan が研究所を訪ね，数学者の国際交流が始まった．ヨーロッパの数学者達にとって次第にこの研究所が便利な集会の場所になってきた．1950 年代は特にドイツのフライブルグ大学，フランスのストラスブール大学，スイスのバーゼル大学の共同セミナーが毎年開かれていたそうである．1958 年ジュース教授が急逝するまでは，彼の個人的な影響力により，州政府，連邦政府からの援助，私企業からの寄付などでこの研究所は運営されていた．現在は “Gesellschaft für Mathematische Forschung”（直訳すれば「数学研究会」？）という組織ができて，政府の援助，寄付等の受入れ窓口になっている．そして宿舎，研究棟ともに以前の Lorenzenhof にとってかわり，立派なものになっている．

彼自身は 1947 年から 1957 年まで幾何学の論文を十数篇発表している．

数学者としてフィールズ賞を授与されるような仕事をすることはもちろん大変な数学への貢献である．ジュース教授のような数学者はそれ以上に数学に貢献したといえるかも知れない．

（おばた もりお／慶応義塾大学）

ラーメンの汁

西山 豊

1. 意外と少ないスープの量

ラーメン．これほど日本人に親しまれた食べ物はないだろう．ラーメンは，老麺または拉麺とも書かれる．中国風の麺料理で，メリケン粉に鶏卵，塩，梘水（かんすい），水を入れてよく練り，そばのようにしたものを茹（ゆ）で，スープを注ぎ食するもの（広辞苑）とある．

ある人は，その味を，焼豚の枚数や支那竹の本数で決める．とすれば，そうじゃない，腰のあるシコシコ麺にこそ，その美味しさがあるのだ，との正論が出てくる．

私などは，焼豚の枚数にでも，シコシコ麺にでもなく，ラーメンのスープにこそ味の良さを求めているものだ．寒い冬空のもと，家庭教師をしたあとの帰り道で食べたあの屋台のラーメン．学生時代に経験した，青春の味はいまも忘れようがない．

このラーメンのスープについて，私は今まで，ある種の疑問を抱きつづけてきた．ただし，どうしてこのように美味しいダシがとれるのだろう，という料理の秘訣についての疑問ではない．なみなみと注がれたスープも，食べ終ってみると意外と少ない．この錯覚は一体どこからくるのだろうか，という何とも味けのない疑問である．

こんなことを言えば，麺が入っているからスープの量を多く感じるのだろう，だから，麺を除けばスープは少ないに決まっている，とか，食べ始めは熱いから，減る速度が遅いのだ，胃袋が動き出す頃には，適当な温度になっていて，食べる速さも加速されて，そのように意外さを感じるのだろう，という意見もあろう．

事実そうだ．コップに一杯分ほどしかないスープも，麺によって多く見えるし，熱いスープを口でさましながら食べるから，なかなか減らなく見える．しかし，ここではこういう常識とは別の見方を，これから検討してみたい．

2. 鉢の形は3次曲線

私たちは，ラーメンのスープの量をどうして予測しているのだろうか．いちいちこんなことを考えていては，美味しく食べられないだろうが．

ラーメンの鉢は，陶器でできていて，コップのように透明ではない．また，スープはゴマ油であるから，不透明で底が見えない．したがって，スープの量を予測するには，箸でその水位を測ってみるか，表面からの情報だけで判断しなければならない．

いま，ラーメンを麺なしのスープだけで構成されたものとする．そして，食べる速度を一定として，定量ずつ減少していくとするならば，おそらく表面は，図1のように変化していくだろう．最初は少しずつしか変化しない．ところが，食べ進むにつれ，表面積は加速度的に小さくなっていく．だから，スープの量についての錯覚がおこるのではないだろうか．

これは，一体どうしたことだろうか．

この謎を解明するには，ラーメンの容器の形についての調査が必要になってくる．

わが家にあるラーメン鉢で調べてみた．教材用の粘土でその断面を型どりした．（図2）

内側の中心部を原点にして，xy 座標系を設け，P_1(中心部）から P_{10}(周辺部）の 10 点について測定してみた．

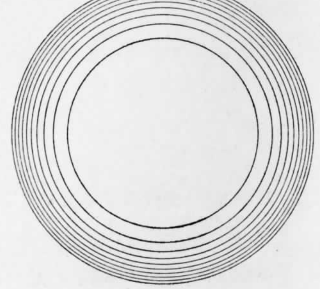

図1　表面の変化

（表 1） これによれば，ラーメン鉢は，半径が 9.5 cm，深さが 5.6 cm の容器であるということになる．

さて，この鉢の断面の近似曲線を求めてみよう．

断面はなめらかであるとして，次の多項式を考えてみる．

$$y = Ax^{\alpha} \qquad (A, \alpha \text{ は任意の定数}) \tag{1}$$

そして，この曲線と，n 個の観測点との距離の総和を最小にするような A と α を数値的に求めてみる．この手法は，パウエル法などとよばれている．

数値計算の結果，次の多項式が形状に最適であるということになった．

$$y = 0.0081x^{2.91} \tag{2}$$

この近似式に代入した y の値を，表1の右側に示しておいた．観測データとよく合っていることがわかる．

わが家のラーメン鉢は，3次曲線に近かった．

以後，議論を進めるために，ラーメン鉢は3次曲線であるとし，係数を $A=1$ と正規化し，

$$y = x^3 \tag{3}$$

としておく．

3．予測しにくい半分の量

ラーメン鉢の断面曲線 (3) を手掛りにしながら，図1のような表面の変化からくる錯覚の原因を調べていこう．

ラーメンの容積を V とし，いっぱい入った状態を1とする．そして，食べるのに要する時間を1（1時間の意味ではない）とする．食べる速度がほぼ一定であると考えるなら，容積は図3に示すように，直線的に減少していく．これでいくと，容積が半分になる時間は，食べ終るまでの半分の時間であることがわかる．

ところが，半分の量を認識できにくいのは，鉢の形に原因があると考えられる．

ラーメンの容積 V と，そのときの表面積 S の関係式を求めてみよう．

ラーメン鉢は，軸対称である．ろくろで製作される過程を想像すればよい．図4に示すような回転体の体積を計算する．

ラーメンの水位を y とすれば，そのときの表面積 S は，

$$S = \pi x^2$$
$$= \pi y^{2/3} \tag{4}$$

（(3) より $x = y^{1/3}$ を代入する）

となる．

容積 V は，Y 軸方向に，この面積 S を0から y まで積分すればよいから，

$$V = \int_0^y S\,dy$$
$$= \int_0^y \pi y^{2/3}\,dy$$
$$= \pi\left[\frac{3}{5}y^{5/3}\right]_0^y = \frac{3\pi}{5}y^{5/3} \tag{5}$$

となる．(4) 式と (5) 式から y を消去すれば，

$$V = \frac{3}{5\pi^{3/2}}S^{5/2} \tag{6}$$

となり，係数を1に正規化すれば，

$$V = S^{5/2} \tag{6'}$$

なる関係式が得られる．これを図5に容積と表面積の関係として示しておいた．容積が半分になっているのに，表面積は 76 パーセントにしかなっていない．一方，表面積が半分になった頃には，容積は半分を越え 18 パーセントに減少している．したがって，表面積だけをたよりにした場合は，半分の量は推定しにくいことになる．

では，重さはどうだろうか．

鉢だけの重さは 475 グラムであった．スープの量を 200 cc として，鉢とスープの合計の重さは 675 グラムとなった．この関係を図6に示す．容積が半分になっても，重さは 85 パーセントと，あまり変化が見られない．

表面積も重さもたよりにならない．けっきょく，胃袋の満腹度だけがたよりになることになる．

4．りんごの値段

八百屋の店先に並んだ果物をみて，いつも疑問に思うことがある．たとえば，りんごの値段だが，少し違うだけで，安かったり高かったりする．もちろん，品種や味によって値段が違うのは当然だろうが，同一品種にしても，値段はまちまちである．見たところあまり変らないのに，なぜこうも値段が違うのだろうかと不思議でならない．

これと同じことを，私たちは経験している．スーパー・マーケットで玉子を買うときである．玉子は，普通 10 個入りのパックとして売られている．サイズは，一番小さい MS 付から，一番大きい LL 付まで分類されている．ある日の玉子の値段は，MS 付 285 円，M 付 295 円，L 付 310 円，LL 付 320 円となっていた．見たところ区別がつかなかった．もし，ラベルによる表示がなかったら，きっと間違っていることだろう．

値段の違いには根拠があった．それぞれのサイズに対して重さが示されていて，平均の重さはそれぞれ，MS 付 540 グラム，M 付 600 グラム，L 付 660 グラム，

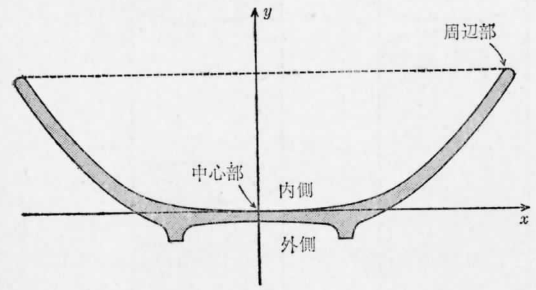

図 2 ラーメン鉢の断面図

観測点	x	y（観測データ）	y（最適曲線）
P_1	0.0	0.0	0.0
P_2	1.5	0.05	0.03
P_3	2.5	0.1	0.12
P_4	3.5	0.2	0.31
P_5	4.5	0.5	0.65
P_6	5.5	1.1	1.17
P_7	6.5	1.9	1.90
P_8	7.5	3.0	2.88
P_9	8.5	4.3	4.15
P_{10}	9.5	5.6	5.73

表 1 観測データと近似値（単位は cm）

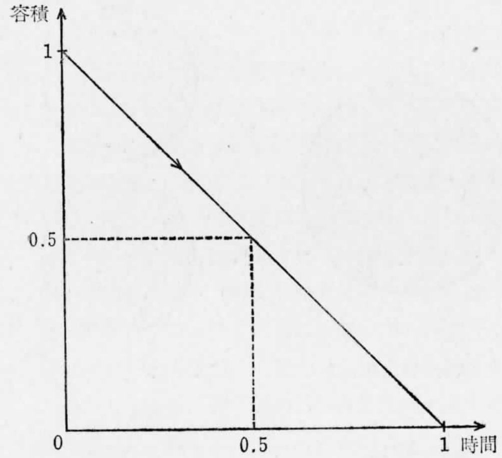

図 3 容積の時間変化

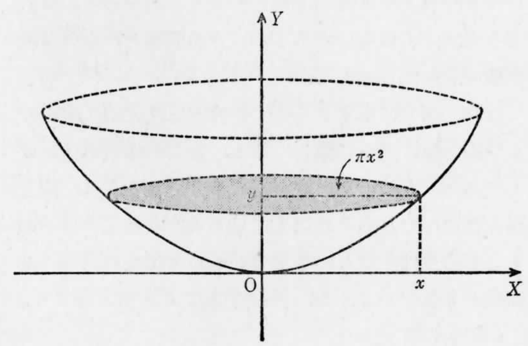

図 4 回転体の体積

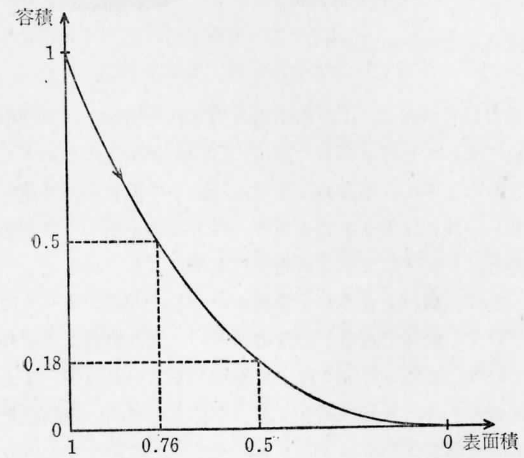

図 5 容積と表面積

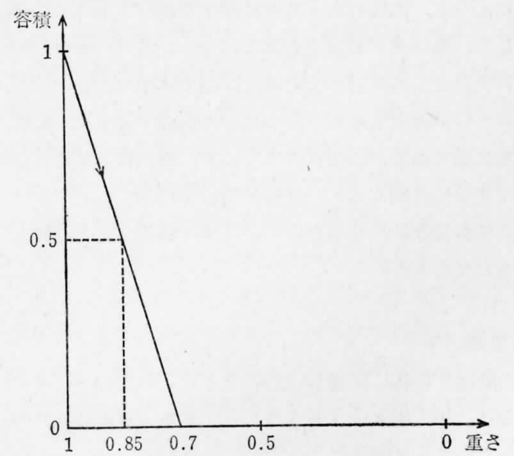

図 6 容積と重さ

LL 付 720 グラムとあった．これで，なるほどと値段の正当性に安心した．

視覚だけによる判断では，あまり区別がつかない．そこからくる錯覚や誤解は，私たちの量の認識の仕方の落し穴のようにも思われる．

物体がどのような広がり方をしているかによって，私たちがその体積や容積を認識するには，ずいぶんようすが違ってくる．

たとえば，図7のように，コップに入ったジュースの量は，深さ方向に一次元的な広がりをしている．一杯のジュースを兄弟で仲よく分けるのには，ちょうど深さの半分を目安にすればよく，けんかもおこらない．

ところが，ホットケーキや，お好み焼きの場合は違ってくる．厚さは，ほぼ一定であるとすると，二次元的な広がりをしているということになる．図8に示すように，左の大きなホットケーキ1枚と，右の少し小さなホットケーキ2枚のどちらを取るかというと，おそらく，2枚の方を選ぶのではないだろうか．左の面積と，右の2枚の面積の和は同じであるが．

これが，図9に示すように，物体が三次元的な広がりをもつ場合は，さらに難しくなる．左右の体積の比は2対1である．ところが，右が左の半分であるとは，決して思えない．むしろそれ以上に見える．りんごや玉子の大きさの錯覚は，ここから来ているのではないだろうか．

面積が2倍であっても，その直径は $\sqrt{2}$ 倍，つまり，

$\sqrt{2} \fallingdotseq 1.41$ 倍

である．さらに，体積が2倍であっても，その直径は $\sqrt[3]{2}$ 倍，つまり，

$\sqrt[3]{2} \fallingdotseq 1.26$ 倍

である．わずか 26 パーセント増にしかなっていない．

私たちは，物体の大きさを比較する場合，簡単な方法として，直径などの長さを基準にしている．つまり，一次元におとして検討している．面積や体積の大小を比較するのには通用するが，その比率を認識するまでには，高度な思考過程が必要になってくる．面積は2乗に，体積は3乗に比例するという複雑な計算が．

この複雑な計算をしないで，比率を認識する方法はないものだろうか．

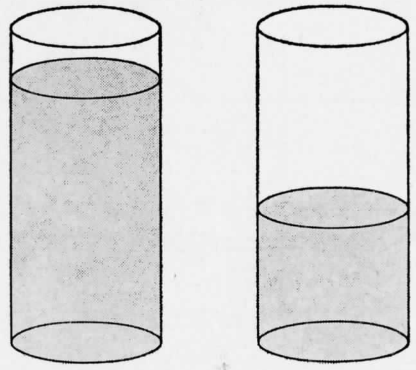

図7　一次元的な広がり

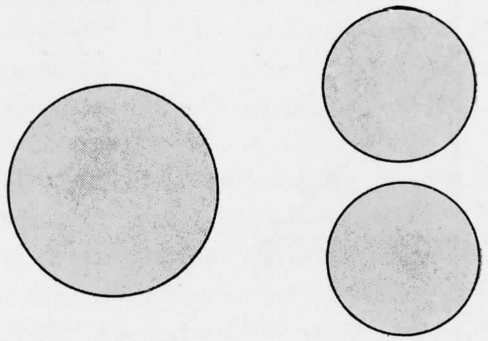

図8　二次元的な広がり

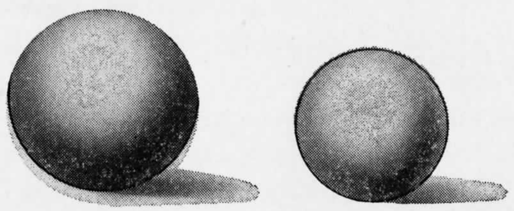

図9　三次元的な広がり

5．主婦の手

人間は，最高に発達した動物だといわれている．そのことは，10^{10} 個という厖大なニューロン（神経細胞）の数によっても証明される．

人間の感覚器は，視覚，聴覚，嗅覚，味覚，触覚の五感で構成される．これらから入力された情報は，大脳中枢に伝わり処理される．諺に，「百聞は一見にしかず」とあるように，五感のうちでも，とくに視覚系の発達が著しいことは言うまでもない．各々の感覚器からの情報量を，ビット数で示された文献をみたことがある．

さて，脳の大きさが一番大きいから，人間がすべてにおいて，最高であるとは言いがたい．犬は嗅覚にすぐれていて，食物も性別も親子も識別するといわれる．また，コウモリは，人間の聞きうるよりはるかに高い振動数をもった超音波をも感受しうる．そして，暗黒中でも自分の発した超音波の反響を感受する一種のレーダー装置で，

障害物をさけて飛行するといわれている．

私たち人間の世界は，視覚情報の世界である．それは，犬が嗅覚に，コウモリが聴覚にすぐれていることに対応している．しかし，これがために視覚系を酷使しすぎてはいないだろうか．

ラジオからテレビにかわった．そして白黒からカラーにかわった．このことは，確かに私たちの余暇を一層楽しくするものであったが，目を疲れさせることになった．

コピー技術をはじめとする印刷技術の発達は，誰もが安く，情報を入手できることになったが，逆に情報量の氾濫というゆゆしき事態を招いてしまった．

私たちの感覚器官は，視覚だけではなかったはずだ．

このことについて，最近教えられたことがあった．主婦が，スーパー・マーケットなどで買い物をするときは，品物を目だけでは確かめない．品物が新鮮であるかは，嗅いでもみる．また，表示されたグラム数どおりの重さになっているかを，手で測ってもみる．

ある日，女房に，玉子のパック入りが何グラムであるかを試してみた．驚くべきかな，あっていた．これならLサイズとMサイズの区別がつくであろう．

どこの主婦も，たぶん同じであろう．彼女たちは，玉子の大きさを目だけではなく，重さでも判断しているのだ．視覚だけでなく，嗅覚や触覚（重みの感じ）などの人間に与えられた感覚器官を十分に生かしているのだ．

（にしやま ゆたか／日本アイ・ビー・エム）

竹内外史

清水達雄

1945 年8月15日，敗戦となって訪れた抜けるような青空．その下で私たちの世代は，よく遊びよく学んだ．米兵から洋モクを買う．そのときに口から出た英語を，ポケット版分冊新約聖書の直読につなげる．

And lo (ココロは，そして見よ．)

たちまちに欽定改定英語をものにした．フランス語からはいって，英語は奥手という，私のやや特異な経験だが，本質的には同じように，順序不同で思い思いにやった．

東京帝国大学理学部数学教室．長野県下の疎開先から帰って再開され，じきに，帝国ぬきの新制東大に変る．その境目のときに居合わせ，岩沢先生の，流麗な講義に，数学にしびれた私．玉河恒夫さんは，この先生と一対一で，疎開先で学ばれたらしい．ともに七年制武蔵高校の出だし．岩堀長慶さんからは，麻雀，和船に加えて射影表現ゲブロッヘネを教わった．岩沢さんだって前の日に予習してるんですよ，解ったものは暗唱できるんですよ，『悪霊』をやってみましょうか．鈴木通夫さんは有限群を説き来り説き去って，横丁のマシューの看板娘まで見て来たごとくだった．一松信さんの早口も恐るべきもので，位相代数だと思うと函数論，それもつきぬけて計算機になられるのだが，ともかく多士済々．竹内外史さんでは順序数の割り算の話を覚えている．

教養学部が出来て，成城からまぎれこんだ私の弟が，竹内先生に数学を習った．試験に，2問のうち一つは，定積分の存在証明．弟に，兄さんに教わりなさい．私は黒須康之介先生の門人．東京高校2年，温厚な黒須先生が改まって，これから大切なことを述べます．定積分の定義を淡々と述べ，復唱された，黒板は使わず．これはすごい魔術らしいと，緊張して拝聴した．こんどは弟に黒須流を伝えねばならぬ．証明を3段にわけ，まず連続函数は実は一様連続である．ちょっと待ってくれと2階の自室に籠ったりまた出て来たり，たしか3時間ぐらいかかって証明の伝授に成功した．

竹内先生は突然に，辞められた．まじめに授業をせず美人の奥さんのピアノの話でにやにやしている．矢内原学部長に聞こえ，呼び出され，事実は認め弁明せずに去られたとか．そんなに教わりたいのですかねえ，の一語が伝わっている．

立教や教育大に，基礎論の砦が出来た．俗ないい方で開業チーフ．バーを転々と移って，立派な店を残す．

外史氏曰く．この人の世に遇えるか，世のこの人に遇えるか．数学未成，同志須奮励．

（しみず たつお／清水建設）