

数学セミナー 09-83

昭和58年9月1日発行 / 毎月1回1日発行 / 通巻262号 / 昭和37年4月3日第3種郵便物認可 / 昭和38年12月6日国鉄東局特別扱承認雑誌第1701号

特集/解いてみよう——16の問題

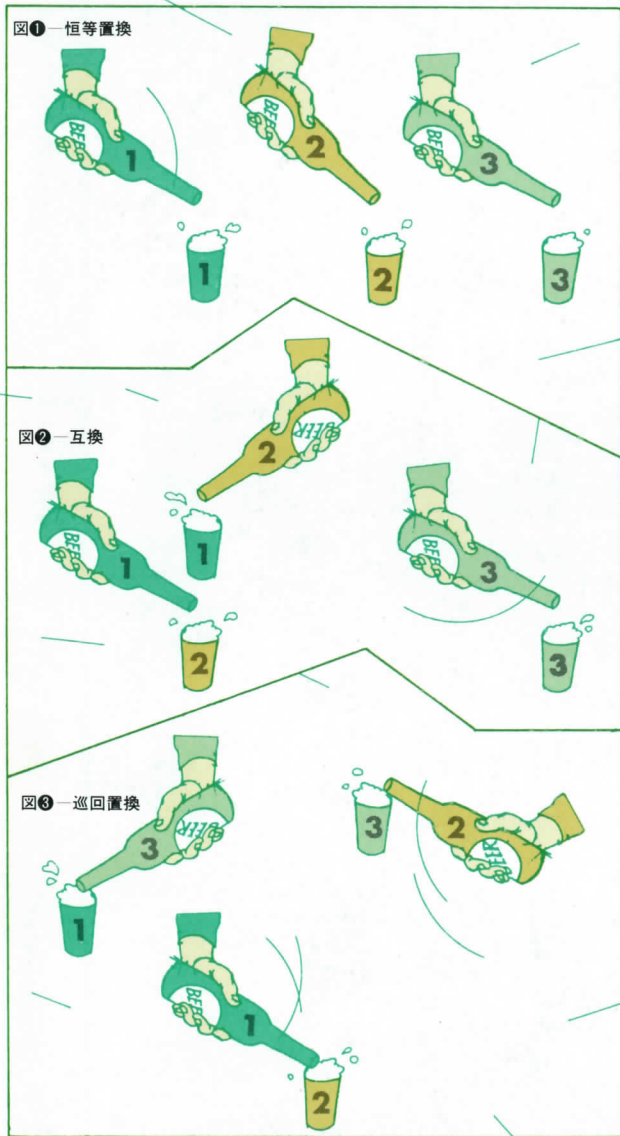
雨宮一郎・飯高茂・池野信一・井関清志・今井貞三・岩井齊良・
島内剛一・高木茂男・永田雅宜・中村義作・名倉嘉尊・
野崎昭弘・堀田良之・矢ヶ部巖・矢野環・山本幸一

シンポジウム 数学科における計算機教育

——廣瀬健・一松信・山口昌哉

作用素環よもやま話——荒木不二洋
電算機にとって無理数とは何か——SYSTEM 5
TEA TIME——大隅正子・有馬礼子

ビールのつぎ方——西山豊



旧友に会った。まずはビールで乾杯ということになった。ビールをつごうとしたが、メンバーが3人であるため、どうしても1人があまってしまう。そこで、大学で学んだ数学の定理を思い出した……。線形代数学は行列の定義から入っていく。そのとき置換ということばが出てくる。 n 個の元からなる有限集合 $M = \{1, 2, \dots, n\}$ の置換 P は、
$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{pmatrix}$$
 で表される。 M の各元をそれぞれ自身にうつす置換を恒等置換、2つの文字だけを入れ換えるのを互換、1が2に、2が3に、……となるのを巡回置換という。そして、巡回置換は互換の積で表される、等等、生れつき抽象的思考の好きなものはすんなり理解できようが、この入口でつまづいてしまうと、楽しいはずの大学の数学にも落ちこぼれてしまう。ひとつ、ビールのつぎ方で説明してみよう。

[恒等置換] 図①

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

各自が、勝手にしめじみとつぐ方法。

[互換] 図②

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

2人が互いにつぎあう方法。メンバーが奇数のときは、1人だけ残る。

[巡回置換] 図③

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

1は2に、2は3に、3は1につぐ方法。

[巡回置換は互換の積で表される]

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

まず2と3が互いにつぎあう。そのとき1は自分自身につぐ。そして、つがれたコップを1と2は交換する。これで、1は2に、2は3に、3は1についだことになる。ここで重要なことは、積には順序があることで、

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

とはならない。上の操作を考えれば、このことは理解できるはずだ。楽しい仲間どうして飲むときは、今日は恒等置換でいきますか、それとも巡回置換でいきますかなど、訳のわからぬことを言って、ふざけあってみるのも一興である。