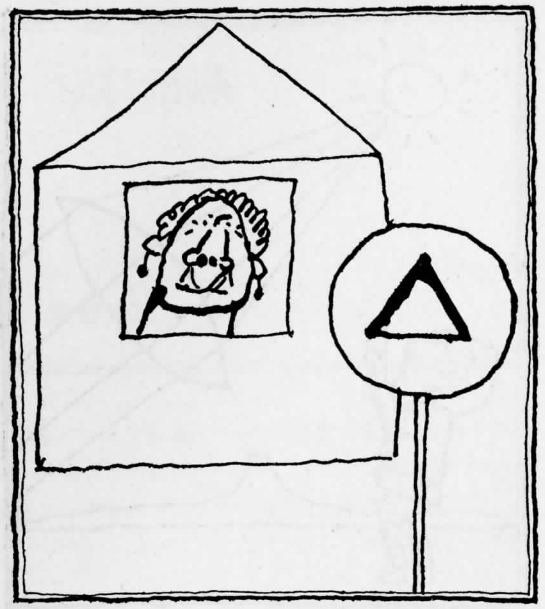

いうものがもらえるそうである．ここでは冷蔵庫の中は外より暖い計算になるという．

661． パリ・東京同時発行，パリのタウン情報誌に，知る人ぞ知る『オヴニー』という名の新聞がある．編集長はベルナール・ベローという親日フランス人．長友堀内誠一も嚙んでいるので私は毎号楽しませてもらっている（求人・アパート・旅行・買い物など婦人誌のニュース源でもある）．この No. 124 号におもしろい記事があったので，載せさせてもらった．

「　アプナーイ

われわれ外国人（フランスで生活している日本人）にとって，社会の仕組みや習慣，あるいはちょっとした軽いことが，この国では実に重大なことであったりして，時々とまどったり，ビクビクしたりすることがよくあります．

ところで治安が悪くなった．オペラ界隈のジプシーの親子の新聞に気をつけろとか，カメラをぶらさげて歩くなとは，パリに来て友人から最初に云われることですが，ここに紹介するものは，パリ郊外で，いわば市役所公報のようなものに載せられた泥棒たちの符丁（暗号）です．恐らく常に見張っていて，その情報を売る見張屋と，それを買って押入る泥棒（強盗）とがいるに違いありません．あなたのアパートの入口の何処かに，恐らく踊り場の人の高さの位置のドア枠にでも，ペンとか鉛筆で次のような印しが書かれてあったら，すぐに消された方がよいと思います．彼は気付かれたと思い他に廻るかもしれません．

（五右衛門）」

先約済	×	Projet de vol ou autre
空家	◇	Maison inoccupée
もう訪問したぜ	///	Maison déjà visitée
女ひとり	△	Femme seule
苦労する甲斐なし	○	Inutile d'insister
盗るものなし	⊗	Rien d'intéressant
なかなか親切	8	Maison charitable
大盤振舞	° ° °	Très bonne maison
庭に犬あり	[////]	Chien dans la cour
仕事が面倒	[Y]	Ici on donne du travail (fourche)
優しい女が住んでいてなかなか結構	[△ △]	Bonne maison où habitent des femme au cœur sensible

662． 小掛照二は，三段跳びで 16 m 48 の世界新記録を出したばかりなので，1956 年のメルボルン・オリンピックでは当然，金メダルの期待がかけられていたが，実際の記録は 15 m 64 で八位に終わった．優勝したのはブラジルのダ・シルバで，記録は 16 m 35 だった．

コーチだった田崎直人によると，「三段跳びは足を痛めやすく，年に数回しか跳べないものだ」という．

オリンピックを最良のコンディションで迎えることは，なかなかむつかしい．

663． 1984 年のロスアンゼルス・オリンピックにおける男子四百メートル自由形の決勝では，アメリカのディカーロが 3 分 51 秒 33 の五輪新記録で優勝したが，この大会で新しく実施された九〜十六位決定戦では，0 秒 19 の差で八位に入れなかった西独のトーマス・ファールナーが頑張り，金メダルを上回る 3 分 50 秒 91 で九位となった．この順位決定レースは公式プログラムには含まれていなかったことから，五輪新とは認められないという見解もあったが，緊急会議の結果，正式な五輪新記録として認知されることになった．

［文中敬称略］

（あんの みつまさ／画家）

（さしえ／著者）

四つの集合

西山 豊

こんなことを考えて何の得になるのだろう，と自問しながらも，「数学の遊び」としてけっこう楽しいので，次にまとめてみました．

集合の説明には，かならずベン図というものが出てきます．ベン図は，オイラー図ともよばれ，集合の関係を直観的に理解するために，考案されたものです．

集合が A だけの1つの場合は，図1のように，領域は2つにわけられます．つまり，円の内側が集合 A を，円の外側が集合 A の否定 $\bar{A}$ であるというように．

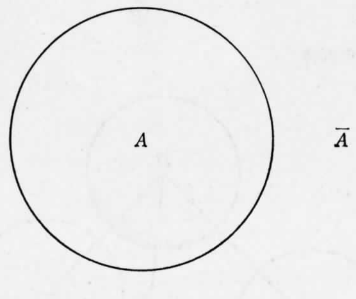

図1　1つの集合

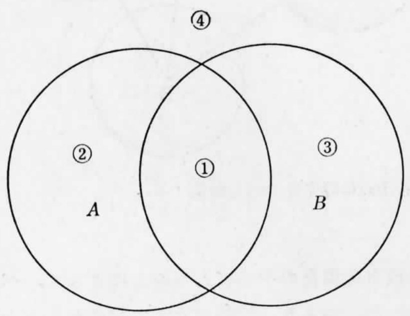

図2　2つの集合

集合が A と B の2つの場は，図2のように，領域は4つにわけられます．

いま，集合に含まれる状態を1に，含まれない状態を0に対応させ，白丸印の①から④の領域について作表すれば，次のようになります．

	①	②	③	④
A	1	1	0	0
B	1	0	1	0

たとえば，①の領域は，集合 A に含まれ，かつ，集合 B にも含まれます．③の領域は，集合 B には含まれますが，集合 A には含まれません．

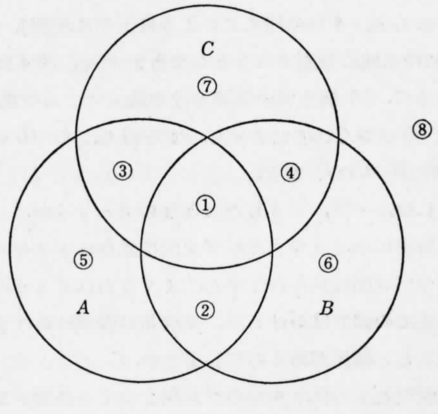

図3　3つの集合

集合が A と B と C の3つの場合は，図3のように，領域は8つにわけられます．含まれる，含まれないを，1と0であらわした対応表を示せば，次のようになります．

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
A	1	1	1	0	1	0	0	0
B	1	1	0	1	0	1	0	0
C	1	0	1	1	0	0	1	0

集合の数と，わけられる領域の数を整理すると，

集合の数	領域の数
1	2 $(=2^1)$

2	4 $(=2^2)$
3	8 $(=2^3)$

となります．一般に，集合が n 個あれば，わけられる領域の数は 2^n 個になります．一つの集合に対して，含まれる，含まれないの2通りの状態があり，各々の集合は，互に独立していることを考えれば，このことは容易に理解できます．

さて，これからが問題です．集合が4つの場合は，ベン図はどのようになるのでしょうか．

わけられるべき領域の数は，$2^4=16$ です．1と0による対応表を示せば，次のようになります．

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭	⑮	⑯
A	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
B	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
C	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
D	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0

集合の数が3つまでの場合は，円をその数だけかくことによって，簡単にベン図をつくることができました．集合の数が4つの場合も，円を4つかくことによって，ベン図がつくれるのでしょうか．

ところが，4つの円をどのように上手に配置しても，16個の領域に分割することができません．図4に示したように，14個までの領域わけが最大で，この場合は，⑧と⑨がつくれていません．すなわち，$A\cap\bar{B}\cap\bar{C}\cap D$ と $\bar{A}\cap B\cap C\cap\bar{D}$ です．

これは，一体，どうしたことなのでしょうか．

教科書には，3つまでのベン図は見られますが，4つ以上のベン図は見られません．よく言われるように，3次元までの図形はかけるが，4次元の図形はかけないということと関係があるのでしょうか．

実際のところは，4つのベン図をつくる必要がないというのが本当のところでしょうが，ひとつこれに挑戦してみましょう．

まず，図4に示したような方法には，根本的な誤りがあることに気づくべきです．それは，4つの集合の位置関係が互に対等でないということです．例えば，A を基準に考えますと，A は B と C には対等であっても，D に対しては対等でありません．言葉をかえれば，集合の中心（それぞれ A, B, C, D とする）間の距離をとってみますと，AB と AC は等しくても AD はそれに等しくありません．

そもそも，同一平面上に，互に距離が等しい4点を配置することに無理があったのです．3つの場合は，正三角形の頂点を集合の中心にとることによって，ベン図は可能でした．つまり，距離がすべて等しかったわけです．

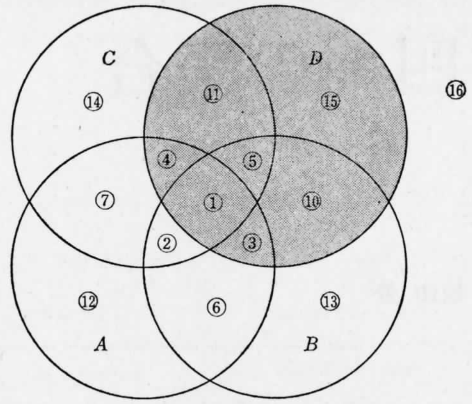

図4 2つの領域が表現できない．

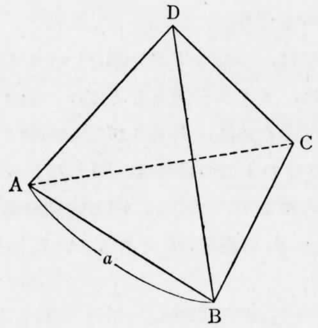

図5 正四面体

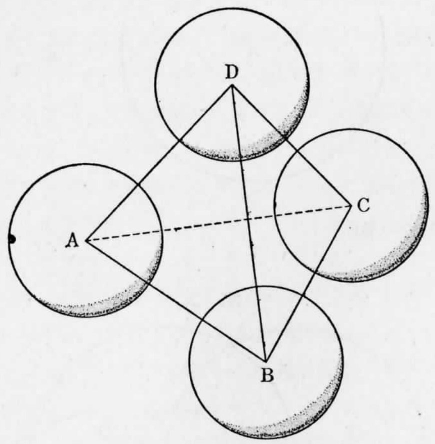

図6 各頂点に等半径の球を想定する．

同一平面上が無理なら，その制限をはずせばどうでしょうか．図5に示した正四面体 ABCD は，4つの面が互に合同な正三角形でありますが，4つの頂点間の距離，すなわち稜の長さも等しくなっています．

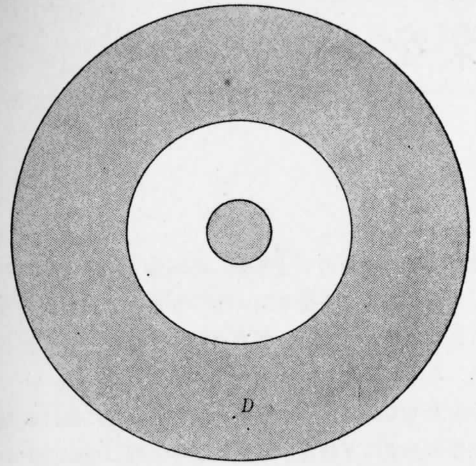

図7 集合 D のマスク

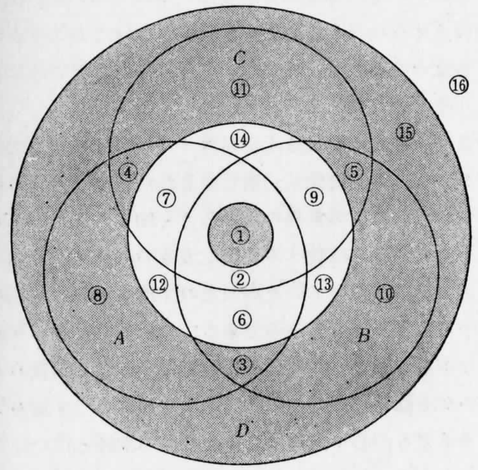

図8 未完成ベン図

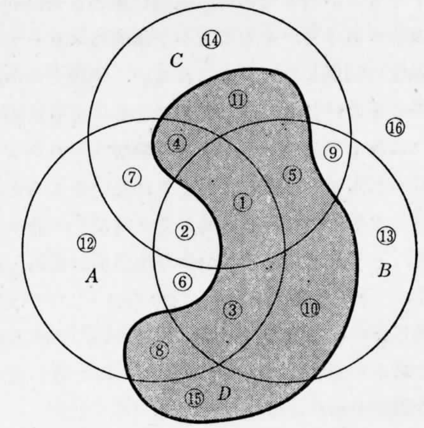

図9 4つの集合
（石谷茂著『∀と∃に泣く』現代数学社，p.66を参照して作成．）

そこで，4つの集合の中心を，正四面体の各頂点にもってくることによって，図4による方法の欠陥は克服されたことになるのではないでしょうか．

いま，稜の長さを a とします．そして，図6のように各頂点を中心にした，半径の等しい球を仮定します．球の半径を0から a まで徐々に変化させていったとき，その状態を想像してください．

最初は，球は互に独立しています．半径が $\frac{a}{2}$ を越えると，となりあう2つの球が重なりあいます．さらに，$\frac{\sqrt{3}}{3}a$ を越えると，となりあう3つの球が重なりあいます．そして，$\frac{\sqrt{6}}{4}a$ を越えると，4つの球が重なりあいます．

このように，4つの集合を，4つの球で表現することによって，空間は $2^4=16$ 個の領域にわけられたことになりそうです．これには厳密な証明が必要ですが……．

さて，この3次元の立体を，いかに2次元の平面に表現するかが問題になってきます．球の重なり具合は，相当複雑になっています．

図6において，頂点 D から平面 ABC をのぞむ角度で，この立体を透視したとします．目を頂点 D に近づけると，球 D は，球 A, B, C におおいかぶさるように見えるはずです．しかし，このままかいても駄目です．

球 D を，図7のように，内部に空洞をもたせます．そして，これを3つの集合のベン図に重ねます．すなわち図8が4つの集合に対するベン図ということになります．

以上示したのは，私の苦肉の策というところです．

もっとエレガントな解答があるかも知れません．もし見つかりましたら，ぜひともお教えください．

追記 この原稿を書きあげてから，何となくスッキリしない日々を送っていました私は，幸運にも，この問題の解答を知ることができました．それは，石谷茂著『∀と∃に泣く』（現代数学社）の「ベン図怪談」（p.63～p.71）という一節です．

それを少し紹介させていただきます．図9に示したのがそれです．これには，私の苦慮したようなインチキくささは少しもありません．四つの閉曲線で完成されています．いわゆる領域の「飛び地」もありません．

さらに驚くべきことは，石谷氏によれば，一般 n 次のベン図も可能であるというのです．その秘伝をお知りになりたい方は，上記著書を参考にされるとよいでしょう．

毎度，おさわがせしました．

（にしやま ゆたか／大阪経済大学）