●生活の中に数理を見る

はさみの速度

西山 豊

1. 馬鹿とはさみは…

下の娘が，はさみを使いだした．ぬり絵や折り紙にあきてきたのである．つぎつぎと新しいものに取りくんでいく子供の姿を見て，嬉しく思うのは，いずこの親も同じだろうか．最近のはさみは，昔とちがってよく切れる．使い方を正しく教えておかないと，けがでもされたら大変だ．

子供は，なかなか，はさみを使いこなせない．こつがつかめないのだ．そういえば，「馬鹿とはさみは使いよう」という諺があった．切れないはさみでも使いようによっては切れるように，馬鹿でも使いようによっては役に立つということのたとえである．馬鹿を人間扱いしていないことが少し気になるが，言い得て妙である．

はさみの操作は，指の微妙なはたらきを要求している．細かいものを慎重に切るときや，ぶ厚いものを切るときは手元で切る．まっすぐな線を速く切るときは，刃先まで使ってザクザク切る．私たちは，小さいときから，このような使いわけを学習し，体得している．

なぜ，このような使いわけをしているのだろうか．先生に，そうしなさいと教わったからだろうか．それとも，はさみの構造が，そうさせているのだろうか．私は，つぎつぎととび出す疑問に襲われ，「はさみ」についての諸々が知りたくなった．

幸いにも，適書に巡りあった．法政大学出版局より出ている，ものと人間の文化史というシリーズの『鋏（はさみ）』（岡本誠之著）という本である．この本には，はさみのすべてが書かれている．以下，参考にさせていただきながら，はさみを「数理」という面からとらえなおしてみたい．

2. はさみの起源

私たちの身のまわりにある，はさみの名前をあげてみよう．理髪用の断髪ばさみに梳（そ）ぎばさみ．洋裁，和裁用のラシャ切りばさみ，糸切りばさみに刺繍ばさみ．植木や盆栽用の木刈りばさみに花ばさみ．ブリキや銅板を切る金切りばさみ．図画工作に使う紙細工ばさみ．少しかわったところで，模様をつけて切るピンキングばさみ．私たちにはなじみの少ない羊毛をかりとるための羊毛ばさみ．身だしなみのための爪切りばさみに鼻毛切りばさみ（図1参照）．

このように，はさみと名のつくものを書きあげてみると限りがない．それぞれのはさみは，使用目的別に，その形や大きさを決めている．

はさみは，生れたときは一種類しかなかったであろう．私たちの生活に深く根ざしながら，機能ごとに分化し，あるものは急速に発展しあるものは絶えて，今日あるはさみの姿になったのである．素材が無機物質でありながらも，はさみの進化論をみるようである．

はさみの起源は，不明である．

道具の発明は，火の利用，言語の発生とともに，猿から人間に進化したときに起った重大な事件とされている．その道具としての刃物は，最初は，人間自身の歯や爪であったであろう．旧石器時代，偶然に刃のかたちに割れた石を見つけた人間は，石を刃物にすることに気づく．そして，切るため，刺すため，割るため，穴をあけるためなどの目的別に石を加工し，小刀，斧，きりなどを発明する．

しかし，その中に，はさみという刃物はなかった．はさみの誕生は，ずっとあとの青銅器時代と推定されている．なぜ，その誕生がおくれたのか．このあたりの原因を，岡本氏は次のように推理している．

はさみは，2枚の刃をすりあわせて物をはさみ切る道具である．梃子（てこ）の原理にもとづいているから，おそらくエジプトのピラミッドや車の発明などの時期と同じであろう．はさみの操作は指の微妙なはたらきが要求されるから，人間自身の進化が必要であったであろう．

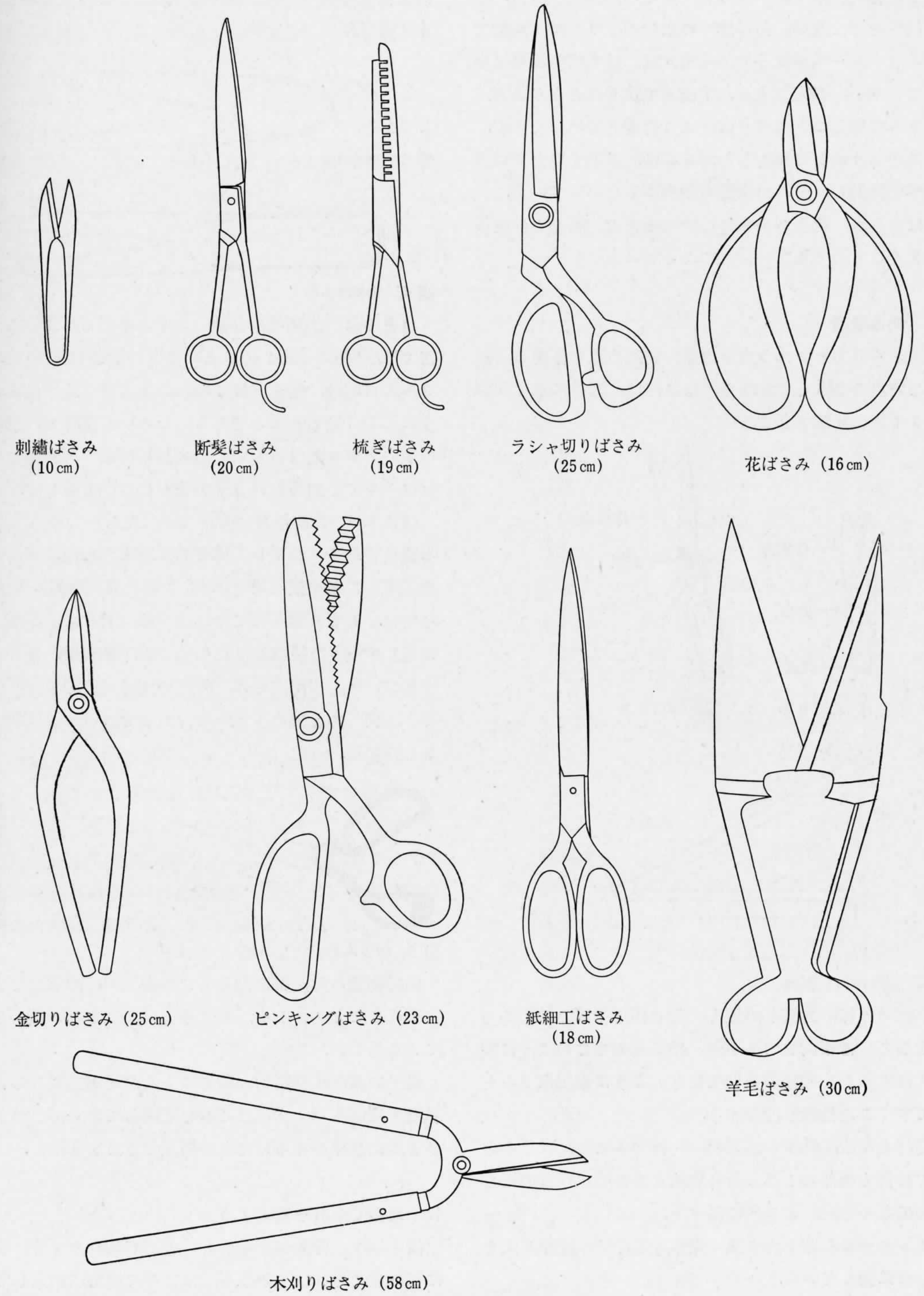


図1 はさみのいろいろ（岡本誠之著『鋏（はさみ）』（法政大学出版局）より模写）

抜術水準の高揚と人間の進化が満たされたそんなある時期，イスカの嘴（くちばし）やカニの鉗（はさみ）にヒントを得て，取りはずしのきくはさみが発明された．

はさみは，最初，何に使われたのか．それは，減髪であろう．オーストラリアの未開人は，焼き切る風習を持っているが，剃刀でそる，毛抜きで抜くことなどより，はさみで切ることのほうが，より合理的であったのだ．

このようにして誕生したはさみは，羊毛をつむぐはさみへと発展し，それが織物の歴史につながっていく．

はさみは，誕生から今日にいたるまで，私たちの生活に欠くことのできない存在になっている．

3. 切る構造

はさみの力をいれる点を力点，切れる点を作用点，動かない点を支点とよぶなら，はさみは，図2に示す3つのタイプに分類できる．

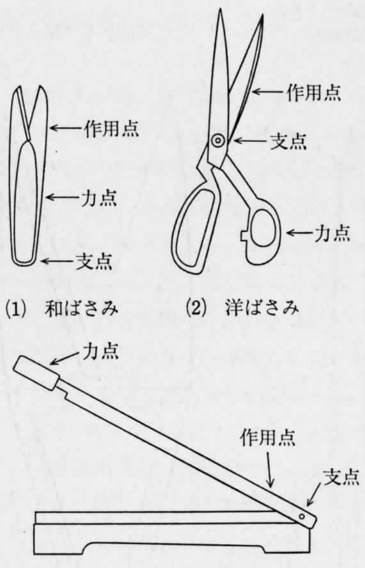


図2 はさみの三形態

和ばさみは，刃渡りが短く，長い距離や厚みのあるものを切るには不向きであるが，指先そのもののように精密にはたらき，和裁の糸切りなどのように細工ばさみとしてすぐれた性能を発揮する．

洋ばさみは，梃子の応用で，一番力もあり，はさみとしては最も条件のそろった合理的なもので，今日のはさみのほとんどが，この形に属する．

カッターは，切る力も強く操作もらくで，距離の大きいものに適している．

はさみの起源は，和ばさみの形であった．一時期（中国の唐代），図3に示すように，握りの部分が8の字型になることもあるが，それは，鋼のばねの力を補強するためか，あるいは芸術的な貴重品としての意味をもたせるためであって，現在の和ばさみの形として定着していく（図4）．

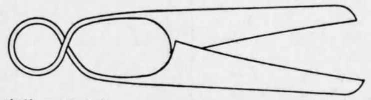


図3 唐代のはさみ

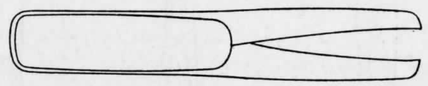


図4 日本ばさみ

はさみは，漢字では「鋏」の字があてられているが，古くは，「剪（せん）刀」という字が使われていた．はさみの目的は，物を「はさむ」ことではなく，はさむようにして「切る」ことである．そういう意味で，「剪刀」の字の方が本当は正しいのかもしれない．外科用のはさみは，今でも剪刀という字が使われているらしい．

はさみは，2枚の刃の剪断（せんだん）力によって切る道具である．つまり，局所的にみるならば，ずれの力を応用して布や紙は切られる．2枚の刃は単純な平刃ではない．あまり知られてはいないが，図5に示す鎬（しのぎ）が重要な役割をはたしている．各刃は，裏とぎがされていて，作用点では，ただ一点でだけ接することにより，切る力を強め手元から刃先までスムーズに切れることになる．

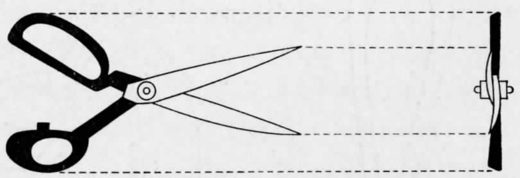


図5 はさみの鎬（しのぎ）

戦記物語には，鎬を削るという表現で，激戦のさまを描かれることがあるが，もともとは，はさみの鎬からきているらしい．

梃子の原理，剪断力，鎬のことなどを考えてみると，私たちは何も考えずにはさみを愛用しているが，ひとつひとつに意味があるのだなと痛感せざるをえない．

4. なんでも計ってみよう

はさみは，刃先よりも手もとの方が切りやすく，正確に切れる．それは，どうも，はさみの構造に由来しているらしい．このことを確証するために，簡単な調査をしてみた．

全長 25 cm のラシャ切りばさみと，全長 11 cm の日本ばさみについて，その動きを少しずつ変えて撮影してみた（図6，図7）．そのとき，目盛を入れた線も，はさみと同時に写しておいた．できあがった写真をトレースし，角度や距離を計った．

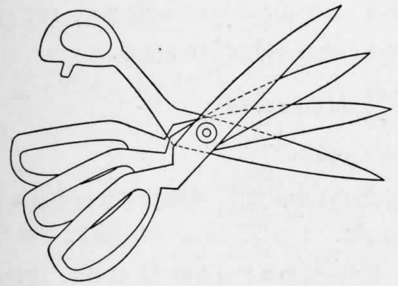


図6 ラシャ切りばさみの変化

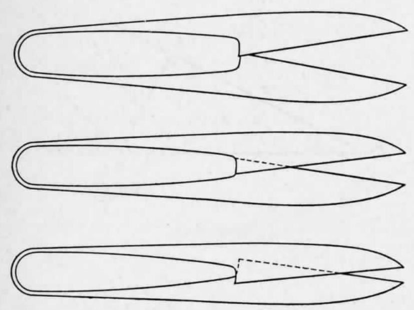


図7 日本ばさみの変化

座標系として，はさみの支点を O，上刃の先端を A，下刃の先端を B，作用点を C とし，直線 OB にそった線を横軸の基準線とした．下刃を固定して上刃が動くとしたとき，角度 θ の変化によって，作用点での交角 α や，運行距離 OC がどのように変化するのかを計ってみた（図8，図9）．

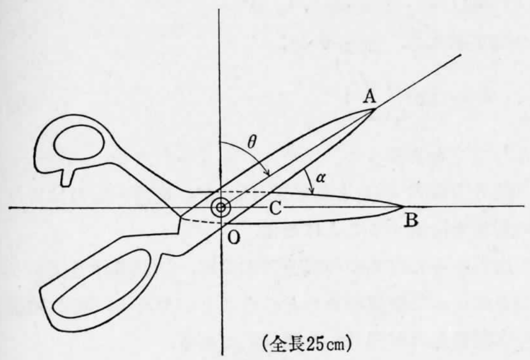


図8 ラシャ切りばさみの座標系

ラシャ切りばさみは図10に，日本ばさみは図11にその結果を示す．

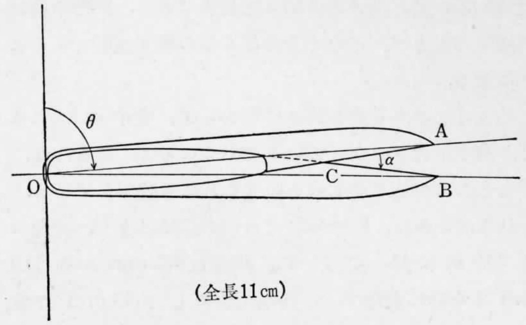


図9 日本ばさみの座標系

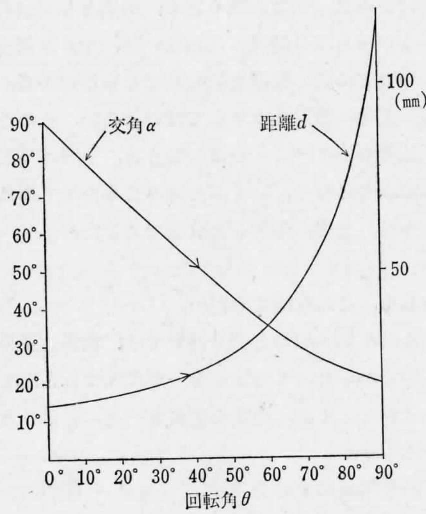


図10 ラシャ切りばさみの切削距離と切削角度

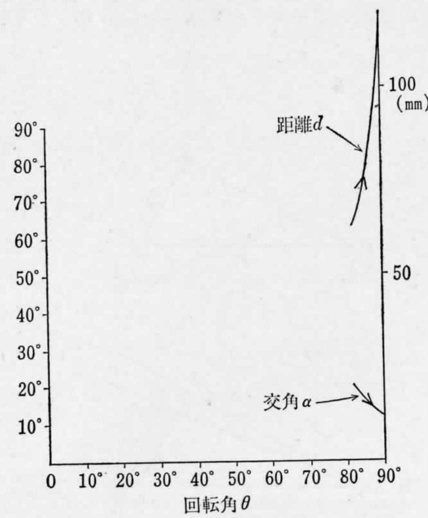


図11 日本ばさみの切削距離と切削角度

ラシャ切りばさみの握りはじめは，$\theta = 30°$ ぐらいであるから，交角 α は 60° からはじまり，だんだんと狭くなって 20° ぐらいになる．距離は 20 mm からはじまり，だんだん速度を増して 115 mm となった．この

差 95 mm が，はさみの切った長さであり，距離の曲線の接線の傾きが，その点でのはさみの瞬間速度であることになる．

切りはじめから切り終りにむかって，交角 α が小さく，速度が大きくなっているということは，はさみは，手もとの方が切りやすいということにも関係している．

日本ばさみは，$\theta=82°$ ぐらいからはじまり，交角 α は $20°$ から $11°$ ぐらいに，距離は 63 mm から 110 mm ぐらいに変化する．切削距離にして 47 mm であった．

日本ばさみは，切削距離も短く，用途として糸切り程度であるからあまり問題にならないが，ラシャ切りばさみは，布などの長い距離を切らねばならないから，交角や速度の変化に差がありすぎてはいけない．そのため，交角，速度をなるべく一定にしようと，上刃，下刃の線の形は直線ではなく，いくぶん丸みをもたせてある．日本ばさみは，上刃，下刃とも直線であった．

5. もしも，こんなはさみが…

はさみは，切り始めと切り終りでは，状態が随分ちがうことがわかった．この状態を一定に保つことはできないだろうか．つまり，速度や交角を一定にすることができないだろうか．

モデルを単純にするために，カッター（図 2 の (3)）の例を考える．下刃を固定し，上刃についてだけ考える．

まず，速度一定のモデルを図 12 に示す．下刃を横軸

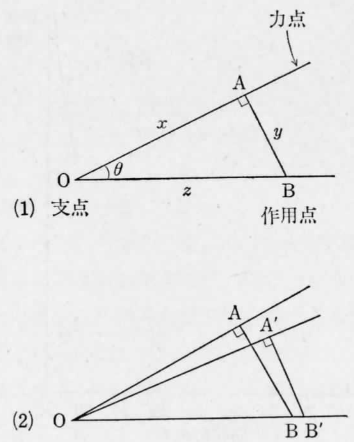


図 12 速度一定のモデル

にとり，支点 O，作用点 B，上刃の動軸に A をとる．OA を x，OB を z，AB を y，$\angle AOB$ を θ とする．x, y, z はともに θ だけに依存する関数であるとする．

速度が一定であるということは，z の θ に関する変化率が一定である．つまり式でいうと

$$\frac{dz}{d\theta}=k \quad (k \text{ は定数}) \tag{1}$$

となる．また，y と z, x と z には，

$$y=z\sin\theta \tag{2}$$

$$x=z\cos\theta \tag{3}$$

の関係がある．(2) 式を θ について微分し，(1), (3) 式を代入すると，次の (4) 式がもとまる．

$$\begin{aligned}\frac{dy}{d\theta}&=\frac{dz}{d\theta}\sin\theta+z\cos\theta\\&=k\sin\theta+x\end{aligned} \tag{4}$$

微分方程式 (4) が，速度一定のはさみの形状を決定することになる．

つぎに，交角一定のモデルを図 13 に示す．変数は図 12 と大体同じであるが，y は x だけの関数であると

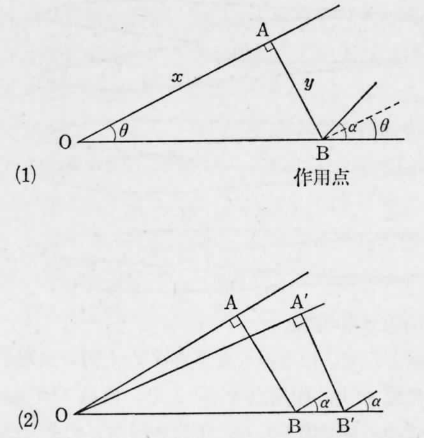


図 13 交角一定のモデル

する．交角を α とすれば，x, y, θ, α の間には，

$$\frac{dy}{dx}=\tan(\theta-\alpha) \tag{5}$$

の関係がある．また θ は，

$$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \tag{6}$$

としてもとまる．

微分方程式 (5) と関係式 (6) が，交角一定のはさみの形状を決定することになる．

以上もとめた 2 つの微分方程式は，初期条件を決めることによって数値解をもとめることができる．その結果を作図したのが図 14 と図 15 である．

等速度カッターは，回転角 4° で 2 cm ずつ進むカッターである．等角度カッターは，交角が常に 20° であるカッターである．

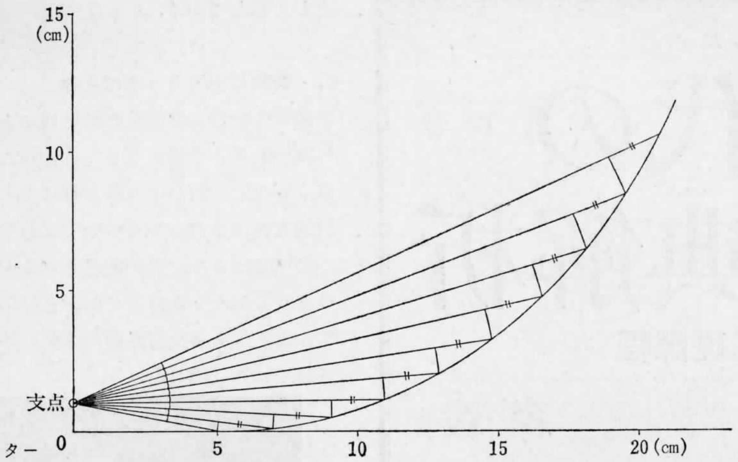


図 14 等切削速度カッター

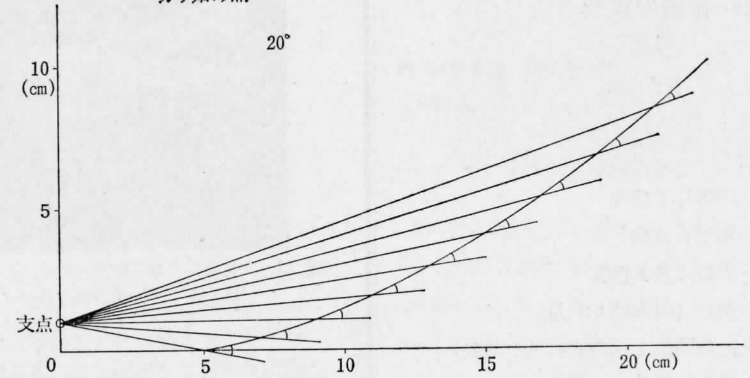


図 15 等切削角度カッター

このように刃の形状を理論的に設計しておけば，切りはじめ，切り終りの使いわけをする苦労がいらなくなるのではないだろうか．こんなカッターやはさみを特許として申請すれば，けっこうヒットするかも知れない．

速度を一定に，あるいは交角を一定にすることはできた．それでは，速度も交角も同時に一定にすることはできないだろうか．残念だが，支点を固定しているはさみの構造では，それはできない．かのギロチンのような支点のない二枚刃では勿論可能であるが．

交角が一定に切られる様子を図 16 にアニメーション

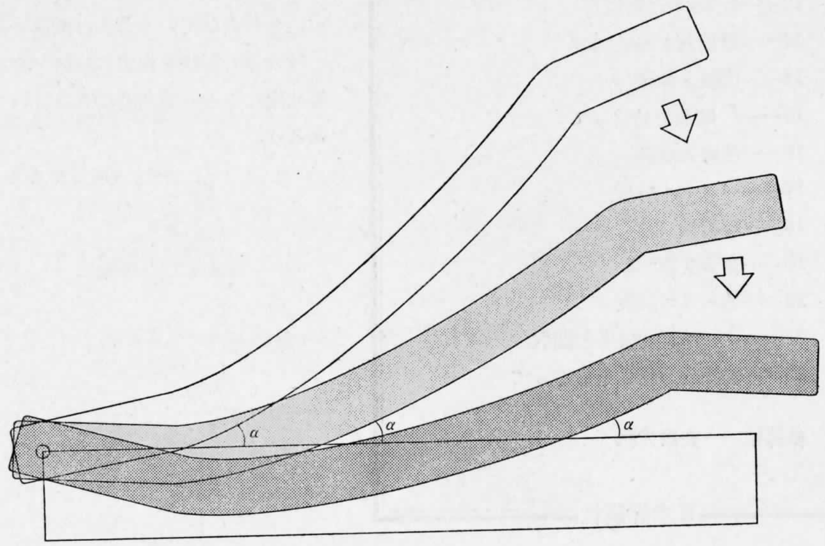


図 16 アニメーション

として示しておく．

6. 新素材セラミックばさみ

頭の中で考えて，これはいけると思っても，実際に作れないとダメである．また，作れたとしても売れなければならない．新しい商品が世に出るときは，技術的，経済的な裏付けがいつもついてまわるのだろう．

等速度ばさみ，等角度ばさみなどと考えるのも，私のひとりよがりなのだろうか，と反省しながら街をあるいていると，ある文房具屋の店頭にめずらしいものが展示されていた（図 17）．

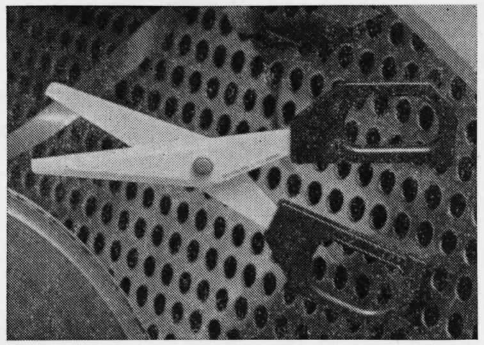


図 17 セラミックばさみ
（(株) ライオン事務器商品カタログより）

プラスチックのようなはさみである．これなら刃の形は自由に設計できるはずだ．色は白色で軽い．切れあじはよい．このはさみは，いま話題のセラミックでできている．はさみは，金属とばかり思っていたから驚きだ．このはさみは，磁気を帯びない，サビない，耐摩耗性に強い，酸・アルカリに強いなどの多くの長所をもっている．磁気を嫌うコンピュータの磁気テープ切断には最適だろう．値段が少し高いことともろいことの難点もあるが，今後のびていくことは間違いない．

はさみの形状を自由に制御できるような時代がきたら，等速度ばさみ，等角度ばさみもいつかは出現してくるであろう．

（にしやま ゆたか／大阪経済大学）
（え／巽 亜古）

クイズ アルキメデスは知っていた

林 栄治

●あまりに有名なアルキメデス，しかし……

彼については，ヒエロン王の冠の話からシラクサでの無惨な死に至るまで，多くの事が知られている．

村田全氏は『西洋の数学・日本の数学』（中公新書）で，「……その業績はギリシャ数学の最高到達点を示すもので，時代を大幅に越えている．……世界の数学史において彼と比肩できるのは，ニュートン，ガウスなど極めて少数の人物に限られるだろう．」と述べている．

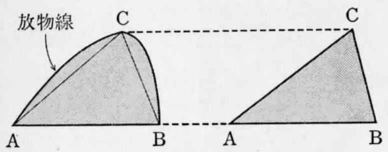
しかし，彼の残した素晴らしい著作，特に，珠玉のような求積結果は，彼の有名な名前のかげに隠されてしまっているようである．そこで，これらの求積結果をクイズとして出題した．内容を確かめる実験を写真で示し，必要に応じ計算でさらに確かめてみた．

●さあ，正解は？

クイズの正解を，①〜⑧ の中から選んでください．

① 〈1:1〉	③ 〈3:1〉	⑤ 〈4:3〉	⑦ 〈6:1〉
② 〈2:1〉	④ 〈3:2〉	⑥ 〈5:3〉	⑧ 〈？〉

❶放物線の面積（『放物線の求積』命題 17, 24）



上の放物線と直線で囲まれる面積と，これに内接する最大の三角形の面積比は？

実際に，出題図のような厚紙二枚を天秤にかけると，写真１のようにつり合う．この写真からは答は〈4:3〉と判断できる．計算は，直交座標で行なえばよい．

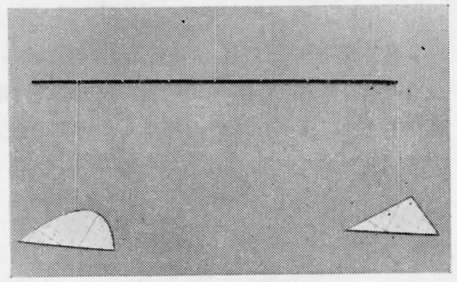
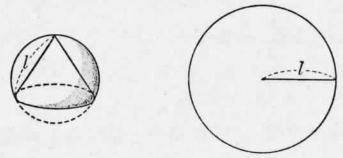


写真 1

❷欠球の表面積（『球と円柱 I』命題 42, 43）

下の欠球の表面積（底面は含まない）と右の半径 l の円の面積比は？



❷は，アルキメデスの発見した結果の中で，最もエレガントな内容をもつ，私はそのように思っている．半径 r の球で，$-r \leqq x \leqq a$ の範囲の欠球の表面積 S は，

$$S = 2\pi \int_{-r}^{a} y\sqrt{1+(y')^2}dx = 2\pi \int_{-r}^{a} \sqrt{x^2+y^2}dx$$

$$= 2\pi r \int_{-r}^{a} dx = 2\pi r(a+r).$$

一方，円の面積 S' は，ピタゴラスの定理を使うと，

$$S' = \pi l^2 = \pi\{(r+a)^2+(\sqrt{r^2-a^2})^2\} = 2\pi r(a+r)$$

となる．よって，$S=S'$ となり，正解は〈1:1〉．

❸回転放物線体の体積（『円錐状体と球状体』命題 21）