

メトロノーム

西山 豊

●不思議な数字の並び

少し以前になりますが、本誌 TEA TIME の欄に、作曲家の有馬礼子さんが、メトロノームに刻まれた数字は不思議である、という記事を載せられていました(1983年9月号)。このことについて興味がありましたので、私の考えてみたことをまとめてみました。

衆知のように、メトロノームは、1分間における四分音符(♩)の数を示しています。例えば、♩=60のように表現し、曲のテンポの基準化がなされています。メトロノームは、40から208までの数字を刻むのに、その間は等間隔ではなく、40から60までは2刻み、60から72までは3刻み、72から120までは4刻み、120から144までは6刻み、144から208までは8刻みとなっています(図1)。

この一見、でたらめに並んだ数字をみて、私も、普通の物差しのように、1刻みか2刻みの等間隔でもよいのではと思いました。♩=60はあっても、♩=62はありません。何と不便なことだろう。これでよいのだろうか。しかし、調べて行くうちに、この数字には意味のある並びかたがなされているのを知って、安心しました。

メトロノームは、1816年にメルツェルによって発明されました。それ以来、この数字は変えられることなく使われています。

彼が考え出した数字の配列の意味を調べるために、電卓を使って、表1のような計算をしてみましょう。

まず縦に40から208までの目盛りを書きます。その横にとりあった目盛りを書きます。そして、その差を計算します。40と42の差は2になります。これを絶対差とよんでおきましょう。絶対差(刻み幅)は、2, 3, 4, 6, 8の5種類しかありません。

つぎに、2つの目盛りの平均値を計算し、それを書きます。40と42の平均値は41です。そして、刻み幅をこの平均値で割って100倍します。40と42の場合は、 $2 \div 41 \times 100 = 4.88$

となります。これを相対差(%)とよんでおきましょう。

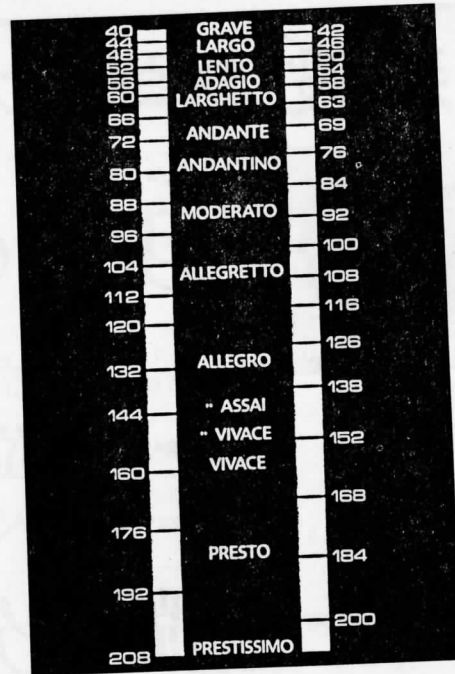


図1 メトロノームの目盛り

	目盛り(1)	目盛り(2)	絶対差	平均値	相対差(%)
1	40	42	2	41	4.88
2	42	44	2	43	4.65
3	44	46	2	45	4.44
4	46	48	2	47	4.26
5	48	50	2	49	4.08
6	50	52	2	51	3.92
7	52	54	2	53	3.77
8	54	56	2	55	3.64
9	56	58	2	57	3.51
10	58	60	2	59	3.39
11	60	63	3	61.5	4.88
12	63	66	3	64.5	4.65
13	66	69	3	67.5	4.44
14	69	72	3	70.5	4.26
15	72	76	4	74	5.41
16	76	80	4	78	5.13
17	80	84	4	82	4.88
18	84	88	4	86	4.65
19	88	92	4	90	4.44
20	92	96	4	94	4.26
21	96	100	4	98	4.08
22	100	104	4	102	3.92
23	104	108	4	106	3.77
24	108	112	4	110	3.64
25	112	116	4	114	3.51
26	116	120	4	118	3.39
27	120	126	6	123	4.88
28	126	132	6	129	4.65
29	132	138	6	135	4.44
30	138	144	6	141	4.26
31	144	152	8	148	5.41
32	152	160	8	156	5.13
33	160	168	8	164	4.88
34	168	176	8	172	4.65
35	176	184	8	180	4.44
36	184	192	8	188	4.26
37	192	200	8	196	4.08
38	200	208	8	204	3.92
39	208				

表1 絶対差と相対差

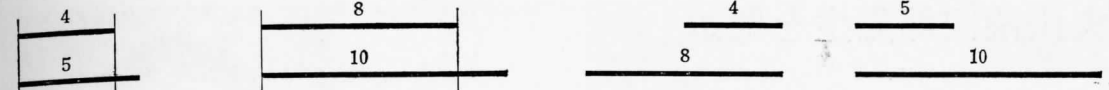


図2 絶対比較

図3 相対比較

基準目盛り	刻み幅	相対差(%)
40	2	4.0, 4.2, 4.4, 4.6, 4.8, 5.0, 5.2, 5.4, 5.6, 5.8, 6.0
60	3	6.0, 6.3, 6.6, 6.9, 7.2, 7.5, 7.8, 8.1
80	4	7.2, 7.6, 8.0, 8.4, 8.8, 9.2, 9.6, 10.0, 10.4, 10.8, 11.2, 11.6, 12.0
100	5	10.0, 10.5, 11.0, 11.5, 12.0
120	6	12.0, 12.6, 13.2, 13.8, 14.4
140	7	12.6, 13.3, 14.0, 14.7, 15.4, 16.1
160	8	14.4, 15.2, 16.0, 16.8, 17.6, 18.4, 19.2, 20.0, 20.8
180	9	17.1, 18.0, 18.9, 19.8, 20.7
200	10	20.0, 21.0

そこで、この相対差(%)の欄をよくみてください。少しずつ変化はありますが、3~5%の間に値が集中しています。この値は、絶対差(刻み幅)には依存していません。ここまで説明すると、はあ、これだなと感づかれることでしょう。

●絶対比較と相対比較

ここで、2つのテンポを比較することを考えてみましょう。♩=40と♩=50を比較することを、視覚的に説明するために、2つの長さを比較することで代用してみましょう。4cmと5cm、8cmと10cmの物体を比較する場合、図2のように左端をそろえれば、その差だけに注目すればよいことになります。このような比較の方法を絶対比較とよんでおきましょう。絶対差は1cmと2cmになり、比較の違いがあります。

ところが、端をそろえず、左右においた場合はどうでしょう。絶対差だけでは駄目です。比較する物体の長さが問題になってきます。絶対差を物体の長さ(スケール)で割って比較を考えます。このような比較の方法を相対比較とよんでおきましょう。

この場合、4cmと5cmの比較は、8cmと10cmの比較と同じ意味をもつようになってくるのです。4cmと5cmの物体を、倍率が2倍のレンズで見たとき、8cmと10cmの物体に重なることを想像すれば、このことは理解できるはずです。

メトロノームの発明者メルツェルは、恐らく、目盛りに相対差を用いたに違いありません。だから、等間隔な

表2 目盛りのつながり(網の部分を実際使われている目盛り)

目盛りになっていないのでしょうか。人間が、曲のテンポの違いを判断できる(聴覚の分解能とでもいうのでしょうか)のは、相対差にして5%前後であるとして、目盛りを考えたのでしょうか。つまり、40からは2刻み、60からは3刻み、80からは4刻み、100からは5刻み、120からは6刻み、……というように。

相対差を一定にしたまま、目盛りの連続性を保つことが次に問題となってきます。表2に示すように、目盛りがうまくつながるのは、40からの2刻みと60からの3刻みだけです。そこで、メルツェルの工夫が見られます。刻み幅のグループの範囲をひろげて、うまくつながるようにしてあります。例えば、刻み幅が4のグループは、目盛りでは80から100ですが、その範囲をひろげて72から120としています。この結果、刻み幅が5と7の目盛りは採用されていません。

もし、私の推論があたっているとすれば、現行の72から120までの4刻みを、72から100までは4刻み、100から120までは5刻みというように直してもよいのではないのでしょうか。

以上、きわめて数理的な説明を試みてみました。このように数理的に割り切ってみても、人間の感覚は主観的でデリケートです。同じ曲でも、人によっては速く聴こえたり、遅く聴こえたりします。また、その日の気候、環境、体調によって微妙に変化します。とすると、メトロノームの数の不思議よりも、人間の感覚の方がもっと不思議なのかも知れません。

(にしやま ゆたか/大阪経済大学)