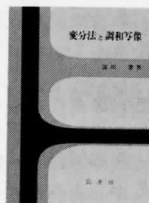


## もっと“図”を!

### ●変分法と調和写像

浦川 肇●著



A5判, 304ページ  
1990年10月発行, 3914円(税込)  
裳華房

“変分法”の歴史は古い。ほぼ、微積分のそれに匹敵する。そもそもは、極めて具体的な問題の最大・最小を求めるのに変分の手法が用いられた。18世紀、オイラー、ラグランジュの頃から統一的な手法へと展開し、その名を冠する方程式が現在も基本となっている。1930年代に、モースは多様体上の関数の極値に対する大域的理論を築き、現在はモース理論とも呼ばれている。その後、パレスメールは変分法のより一般的应用を目的として、無限次元多様体の関数の極値の理論を発展させた。

変分法という言葉は大学初年級の教科書にはまだほとんど見当たらない。変分法とは何かという問に対する答がこの本の第1章に書かれている。球面の閉測地線、弦の平衡・振動などを例として、問題、解答、整理、そして反省と今後の方針といった具合で、大変に親切に導いてくれる。そして“古典力学と変分法”という《ティー・タイム》で終る。さあ、次に行こうという気分させてくれる。

本書の主要目次は次の通りである。

- 1 変分法
- 2 多様体
- 3 モース理論
- 4 調和写像
- 5 第2変分公式と安定性
- 6 調和写像の存在・構成・分類

1章については述べた。2章と3章は現代モース理論への入門で、無限次元多様体の定義から始まり、パレスメールの条件(c)の理論へ至る。少々急ぎ過ぎのようだが、4章以下は独立して読み始めることもできると謳っているのだから、次へ行こう。

2つのリーマン多様体間の写像に対し、そのエネルギー汎関数の極値の候補が調和写像である。より正確には、汎関数の第1変分の零点となるのが調和写像である。関数論に出て来る調和関数、石けん膜の張る極小曲面の充す方程式、ケーラー多様体間の正則写像等、調和写像は至る所に見られる。1960年代にイーゼルサム・サムソンにより導入された新しい概念で、目下急速に発展し、研究されつつある分野である。

本書4章では、その定義を与え、第1変分公式を示し、重要な例を解説している。例自体の説明に相当の予備知識を必要とするが、部分多様体の幾何、リーマンしずめ込み等、必要なことはそのつど丁寧に解説し進んで行く。以下、第2変分と関連し、調和写像の安定性・不安定性が論じられ、続いて、調和写像の存在等に関する最新の多くの結果の紹介で終る。

本書はこの方面への入門かつ解説書として、極めて親切に、そして工夫をこらして書かれている。各章の始めの章の目的、一休みのための《ティー・タイム》、4章からでも読めるという工夫、予備知識の導入の順序、そして割合に多い図。欲をいえば、多様体がコンパクトでない場合、境界をもつ場合の説明がもう少し欲しかった。時宜にかなった立派な好著である。

フランスの数学者ベルジェ氏は、幾何の本から図が少なくなったと嘆じておられた。彼の著作《Geometry I》(Springer-Verlag社、英訳)には426図あり、同IIには364図ある。その他にも、同社の本には、表題のすぐ下に“with... Figures”と謳った本が目につく。浦川先生のこの本にも約50図あり、この種の本としては多い方で、ひょっとして好感がもたれる。ただ、図に番号を付していないのはどうしてだろう? 図の質と多さが本の評価の重要因子となって欲しい。

私はこれから、“数学の本を買うなら、図の多い本を”という運動を大々的に始めたいと思っている。

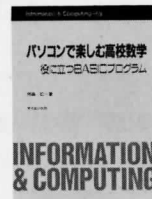
尾関英樹(おぜき ひでき/大阪大学)

## 複素数の素数

### ●パソコンで楽しむ高校数学

役に立つ BASIC プログラム

何森 仁●著



A5判, 154ページ  
1991年3月発行, 1545円(税込)  
サイエンス社

「『複素数の素数』、知っています?」

著者から、こんな質問を受けたのは、三省堂での編集会議のことである。

「えっ、フクソウソウノソウ」

「そうです」

といって、氏は図のような幾何学模様を示した。

私は図の意味が分からなかった。素数といえば、1を除く自然数で、それ自身以外で割り切れない数のことをいうのであって、

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots$$

などがそうである。私は『数学辞典』(岩波書店)で「複素数」や「素数」の項目を調べてみたが、これについての説明は無かった。後日、氏より手紙を受取り、添付されたプログラムリストと説明を読み、「なるほど、これは複素数の素数だ」と理解することができた。1988年、ハンガリーで開催されたICME(国際数学教育研究会)で、イギリスのグループがこのような模様のスカーフを展示していたそうだ。

2や5は素数であるが、それは実数の世界のことであって、複素数の世界では素数でなくなる。

$$2 = (1+i)(1-i)$$

$$5 = (2+i)(2-i)$$

このようにして求めたのが複素数の素数の分布である。そして複素数の素因数分解というのがあって、

$$32+22i = 2(16+11i) \\ = (1+i)(1-i)(2+3i)(5-2i)$$

などである。さらに詳しくは著書を参照されたい。

さて、数学屋にとって興味のあるのは、素数の分布についてである。 $x$ までの素数の個数を $\pi(x)$ とした

とき、

$$\pi(x) \sim \frac{x}{\log x}$$

となるのは、「素数定理」で知られている。複素平面で、半径 $r$ 内に存在する素数 $\pi(r)$ はどうなるのだろうか。これが解ければフィールズ賞は間違い無し。誰か挑戦してみませんか。ただし40歳まで。

この本は、この話題を含む全体で51項目からなり、アルゴリズム、プログラムがコンパクトにまとめられている。各項目は読みきりの形になっており、興味のあるページから入れるようになっている。

級数、階乗、互除法、 $n$ 進法に直す、完全数、素因数分解、素数、ピタゴラスの数、循環小数、サイクロイド曲線など高校数学に準拠した項目。

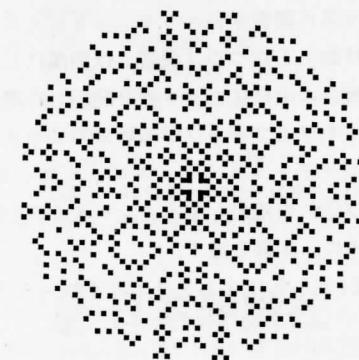
ニュートン法などの根の計算、乱数で円周率、数値積分、連立1次方程式、サインのテイラー展開、図形の回転、立体図形の透視図、その隠線処理、並べ替えなどコンピュータの得意とする項目に分けられる。

数百桁におよぶ階乗や累乗の計算は、円周率20億桁の考え方に共通している。

また、数学ばかりでは飽きてくるので、丸・四角を描く、三角形、四角形、時計、パスカルの三角形の色ぬり、確率パチンコなど工夫をこらした動画の項目が随所に配置され、楽しませてくれる。

著者曰く、今は、ほとんどの数式処理・グラフ処理をしてくれるソフトがあるが、この著書は、結果だけを数学教育に利用するのではなく、そのアルゴリズムを考え、簡単なプログラムを作るということで、数学を楽しむことを目標としていると。

私は、この本が好きだ。



西山 豊(にしやま ゆたか/大阪経済大学)