

さらに両辺を2乗して整理すると

$$a^2 - 3a + 1 = 0.$$

$$a > 1 \text{ より求める値は } a = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}. \blacksquare$$

解答5は新座市・成川淳氏の解の計算部分を多少手直ししたもので、私が出題時に用意した解答でもあります。成川氏は高校2年とのことですが、解答者中ただ1人の方が「出題者の意図」を見破っていたことに敬意を表します。なお、栗田稔著『立体幾何』(共立出版)に三角形の正射影についての考察があり、本問はその方法で解けるとのご教示が栗田氏御自身よりありました。

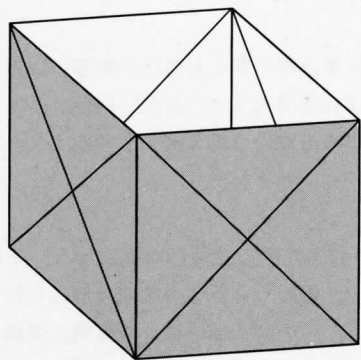
問題文の最初の3行は、なくても意味はおおむねわかりますが、座標にとらわれずに解いてほしいという私のメッセージでした。ただ最初の3行だけでは問題の意味を誤解されるおそれがあったので、なるべく多くの読者に正確な意味が伝わるよう座標による定式化をつけ加えたのです。名古屋市・小谷充弘氏は、出題者は座標幾何学的手法で解くよう期待している、と思われたようですが、私としては座標を使うもしましかり使わないもしましかり多様な方法でアプローチしてもらうことを期待していました。そういう自由な発想の上に数学は成り立っているものと思いますし、それは数学を勉強し研究していく上で大切なことだと思います。その意味で今回私の思いもつかなかったさまざまな解答が寄せられたことをうれしく思います。

大槻知忠(おおつきともただ/東京大学, 数理科学)

[おまけ] つくってみよう 解いてみよう——解答

(出題9月号)

下の図のような画用紙でできた、立方体の上面と下面があいた状態の帯になっているパズルを準備します。このパズルを裏返してください。



さっそく裏返してみましよう(右ページ参照)。

まず、帯をたたんで横長の長方形にします(1)。つぎに、左右の上隅を手前に折り曲げ、3角形にします(2)。そして、この底辺を開いてたたみ、下を開いて正方形を作ります(3, 4)。

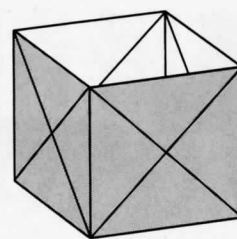
上側の3角形を中から取り出すと、鳥のくちばしのような形になります(5, 6)。下側を開くと、大きな正方形ができます(7)。このとき、上半分が表側、下半分が裏側になっています。ここまでの前半です。

この面を裏返します(8)。今度は下側を上側の中に入れます(9)。押し込んで開くと、裏返った帯になるはずですが、これで裏返しは完成です。

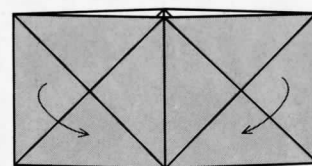
この流れは鮮やかなものです。一気に裏返すのではなく、前半と後半の2段階に分かれています。それは前半に中から取り出す操作と後半に中へ押し込む操作が対称的になっていることから理解できるでしょう。

このパズルの由来について、中村義作氏からお手紙がありました。これは、M. ガードナー『新しい数学ゲームパズル』(白揚社)に紹介された有名なものです。そして、これを発展させたものに、中村義作「紙筒を裏返す」『数芸パズル』第55号(1970年10月)、池野信一・中村義作他『数理パズル』(中公新書)があります。興味のある方は、こちらをご覧ください。

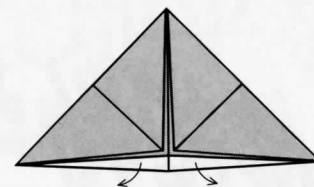
西山 豊(にしやま ゆたか/大阪経済大学, 数学)



1. たたんで長方形にする。



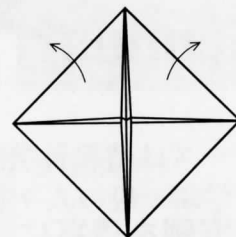
2. 左右の上隅を折り曲げ、3角形にする。



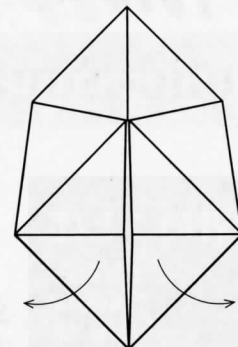
3. 底辺を開いてたたむ。



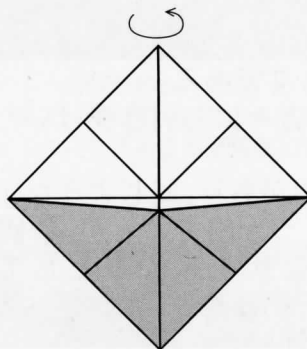
4. 下を開いて正方形にする。



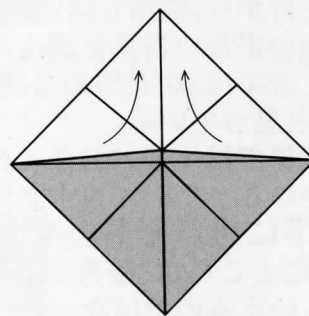
5. 4を下から見る、上側の3角形を引き抜く。



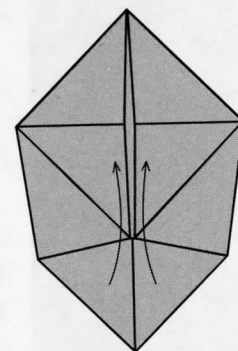
6. 下側を開いて正方形にする。



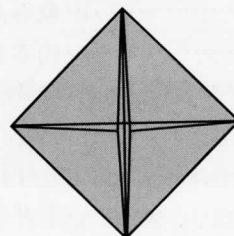
7. 裏返す。



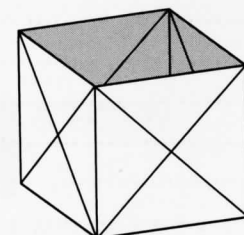
8. 上側を開いて正方形にする。



9. 下側の3角形を上側へさし込む。



10. 展開する。



11. 裏返しのできあがり。

1994.10